

## ระบบติดตามอนุภาคใน 3 มิติโดยใช้ภาพสเตอริโอ

### A 3D Particle Tracking System Using Stereo Vision

วิบูลย์ แสงวีระพันธุ์ศิริ วันชัย ล่องธารทอง

ภาควิชาวิศวกรรมเครื่องกล คณะวิศวกรรมศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ถนนพญาไท เขตปทุมวัน กรุงเทพฯ 10330

E-mail: viboon.s@eng.chula.ac.th

#### บทคัดย่อ

งานวิจัยนี้เป็นการพัฒนาาระบบติดตามอนุภาคใน 3 มิติโดยใช้ภาพสเตอริโอ โดยทำการติดตั้งกล้องวีดีโอชนิดสีเทอาตราเฟรม 30 Hz บนปลายแขนของหุ่นยนต์สองแกนซึ่งขับเคลื่อนด้วยมอเตอร์ไฟฟ้ากระแสตรง เพื่อทำการติดตามวัตถุที่ได้ออกแบบไว้ล่วงหน้า โดยเป็นการจำลองการมองเห็นของมนุษย์ที่สามารถรับรู้ถึงข้อมูล 3 มิติของวัตถุที่เห็น งานวิจัยนี้จะกล่าวถึงการสอบเทียบกล้องและหุ่นยนต์พร้อมกันโดยการวิเคราะห์ทางทฤษฎีร่วมกับการทำการหาค่าต่ำสุดแบบไม่เชิงเส้นของฟังก์ชันผลรวมค่าผิดพลาด 2 มิติและ 3 มิติ เพื่อให้ได้ค่าพารามิเตอร์ของกล้องและหุ่นยนต์ที่เหมาะสมที่สุด เมื่อประกอบกับข้อมูลภาพที่ได้จากกล้องทั้งสอง จะสามารถคำนวณหาตำแหน่ง 3 มิติของอนุภาคบนวัตถุได้ จากข้อมูล 3 มิตินี้สามารถแปลงเป็นคำสั่งสำหรับควบคุมแขนหุ่นยนต์เพื่อติดตามวัตถุที่กำลังเคลื่อนที่ ค่าผิดพลาดเฉลี่ยในการระบุตำแหน่ง 3 มิติของอนุภาคจากการทดลองเท่ากับ 0.53 มิลลิเมตร และมีค่าสูงสุดประมาณ 1 มิลลิเมตร ที่ระยะทางประมาณ 1 เมตรจากกล้อง ภายใต้สมมติฐานว่าวัตถุสอบเทียบที่สร้างขึ้นมีความถูกต้องและระบบสามารถทำอัตราการติดตามอนุภาคได้ที่ 10 Hz.

This work is the development of a 3D particle tracking system using stereo vision. Two high speed cameras, with 30 Hz frame rate, are mounted on a 2-DOF robot arm. Each axis of the robot arm is actuated by a DC servo motor. The stereo vision system developed is similar to the human vision system. From camera parameters and visual image data, the 3-D coordinate of a target particle can be obtained and converted to be the feedback control parameters of the robot arm for tracking the moving target. This thesis covers the stereo vision theory, image processing, camera model, and calibration technique for a single camera and a two-camera system. The total calibration, including both the robot arm and cameras, is also included. Using non-linear optimization technique to minimize the total error in 2D and 3D, the suitable camera parameters can be obtained.

The maximum error in 3D, obtained from the calibration of the two-camera only, is approximate 0.24 mm. for approximating 1 meter measuring distance. This is suitable for 3D scanning application. For the total system calibration, two-camera mounting on a robot arm, the maximum error is approximately 0.53 mm. The maximum error of both cases, 2D and 3D, are approximately, within the same accuracy, which is about 1 mm. The maximum frequency for tracking is limited to 10 Hz.

คำหลัก Stereo Vision, Tracking, 3D

#### 1. บทนำ

ในปัจจุบันหุ่นยนต์อุตสาหกรรมมีบทบาทในอุตสาหกรรมการผลิตอย่างมาก ยกตัวอย่างเช่นในงานที่ต้องใช้กำลังมากจำพวกการยกสัมภาระที่มีน้ำหนักมาก งานที่อาจเป็นอันตรายต่อมนุษย์หรือมนุษย์ทำไม่ได้ เช่น งานที่เกี่ยวข้องกับแก๊สพิษหรือสารเคมี หรืองานที่ต้องการความแม่นยำและคุณภาพมาตรฐานสูง เช่น ในงานเชื่อมหรืองานที่ต้องทำซ้ำๆ ติดต่อกันเป็นเวลานานซึ่งมนุษย์จะเกิดความเหนื่อยล้า เป็นต้น โดยทั่วไปหุ่นยนต์จะมีความแม่นยำ (repeatability) ที่ดีมาก กล่าวคือหุ่นยนต์สามารถเคลื่อนที่ปลายแขนของหุ่นยนต์กลับมายังตำแหน่งและทิศทางเดิมที่ได้สอนไว้ล่วงหน้าได้ดี แต่สำหรับความถูกต้อง (accuracy) ของหุ่นยนต์นั้นยังเป็นสิ่งที่ต้องได้รับการปรับปรุงด้วยเหตุผลนี้การโปรแกรมหุ่นยนต์ที่ง่ายที่สุดคือ วิธีการสอน (teach) โดยการจับแขนหุ่นให้เคลื่อนที่ไปตามเส้นทางที่ต้องการพร้อมกับให้ตัวควบคุม (controller) ทำการบันทึกตำแหน่งมุมข้อต่อของหุ่นยนต์ ณ เวลาต่างๆ เมื่อถึงเวลาทำงานก็ให้ตัวควบคุมทำการสั่งงานหุ่นยนต์ให้เคลื่อนที่ตามข้อมูลตำแหน่งมุมที่ได้บันทึกไว้ หุ่นยนต์ได้แต่ทำงานตามที่ได้โปรแกรมไว้และอยู่ในเฉพาะสิ่งแวดล้อมที่จัดเตรียมไว้ล่วงหน้า ไม่สามารถจะรับรู้ถึงการเปลี่ยนแปลงของสิ่งแวดล้อมที่กำลังทำงานอยู่ จึงเกิดความพยายามจากนักวิจัยในการนำอุปกรณ์รับรู้หลาย ๆ ชนิดไปติดให้แก่หุ่นยนต์ โดยหวังว่าจะสามารถเพิ่มความสามารถและประสิทธิภาพในการทำงานของหุ่นยนต์ได้ เช่น อุปกรณ์รับรู้แรง (force sensor), อุปกรณ์รับรู้คลื่นเสียงความถี่สูง (ultrasonic sensor), กล้องวีดีโอ เป็นต้น สำหรับกรณีของกล้องวีดีโอ ในระยะเริ่มแรกจะ

เป็นการใช้งานกล้องตัวเดียวก่อน ภาพที่ได้จะถูกนำมาประมวลผลเพื่อหาตำแหน่งของปลายแขนเทียบกับวัตถุเป้าหมาย โดยทั่วไปข้อมูลที่ได้จากกล้องตัวเดียวนั้นจะเป็นข้อมูลสองมิติ นอกเสียจากจะใช้เทคนิคเพิ่มเติมมาช่วยเช่น การเปรียบเทียบกับวัตถุที่รู้ขนาดในภาพ หรือถ่ายภาพวัตถุจากสองตำแหน่งซึ่งทำให้หุ่นยนต์สามารถรับรู้ข้อมูลแบบสามมิติได้ ต่อมาจึงได้พัฒนาเป็นการนำกล้อง 2 ตัวมาติดที่ปลายแขนของหุ่นยนต์ โดยเลียนแบบการมองเห็นของมนุษย์ การที่มนุษย์มีดวงตา 2 ดวงทำให้สามารถรับรู้ระยะความใกล้ไกลของวัตถุใน 3 มิติได้ เนื่องจากภาพที่เห็นจากดวงตาแต่ละข้างไม่เหมือนกันแต่จะเหลื่อมกัน ภาพของวัตถุใกล้ที่ปรากฏบนดวงตาทั้งสองจะมีความเหลื่อมกันมากกว่ากรณีที่วัตถุที่อยู่ไกล การใช้กล้องสองตัวจะทำให้หุ่นยนต์มีความสามารถที่จะรับรู้ลักษณะ 3 มิติของสิ่งแวดล้อมได้ และสามารถจับมือต่อการเปลี่ยนแปลงของสิ่งแวดล้อมได้ทันที นอกจากนี้ยังมีการประยุกต์ใช้งานระบบกล้องสองตัวในลักษณะคล้ายๆ กัน เช่น เครื่องสแกนเนอร์ 3 มิติโดยใช้ระบบแอคทีฟสเตอริโอ (active stereo) ที่ใช้ในงานวิศวกรรมย้อนกลับ เป็นต้น

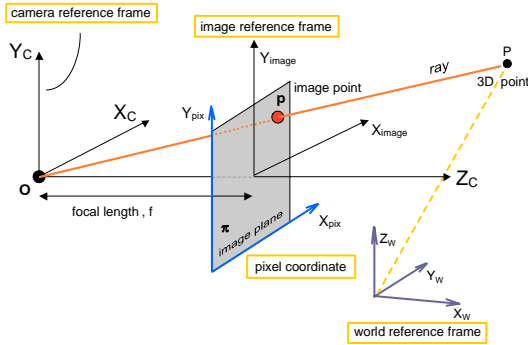
#### 2. แบบจำลองของกล้อง

แบบจำลองของกล้องที่ใช้ทั่วไปจะเป็นแบบจำลองกล้องรูเข็มโดยประกอบด้วยจุดศูนย์กลางการฉาย O (center of projection) หรือเรียกอีกชื่อว่าจุดศูนย์กลางกล้อง (camera center), ระนาบรับภาพ (image plane) และจุดพิกัดใน 3 มิติ (จุด P) และภาพของจุด P (จุด p) ดังแสดงในรูปที่ (1) สมการที่แสดงความสัมพันธ์ระหว่างจุดใน 3 มิติและจุดภาพที่เกิดจากจุด 3 มิติ นั้น จะ

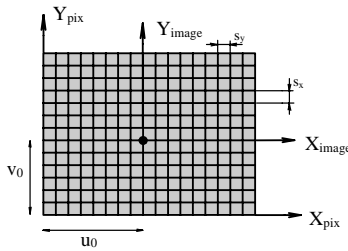
เรียกว่า "สมการการฉาย" โดยพิกัดที่เกี่ยวข้องจะถูกเขียนแสดงในลักษณะของพิกัดเอกพันธ์ (homogeneous coordinate) ดังแสดงในสมการ (1) และ (2)

$$\lambda \mathbf{x} = \mathbf{P}\mathbf{X} \quad (1)$$

$$\lambda \begin{bmatrix} x_{pix} \\ y_{pix} \\ 1 \end{bmatrix} = \mathbf{K} [\mathbf{R} \quad \mathbf{t}] \begin{bmatrix} X_w \\ Y_w \\ Z_w \\ 1 \end{bmatrix} \quad (2)$$



รูปที่ 1 แบบจำลองกล้องรูเข็มและแกนอ้างอิงที่เกี่ยวข้อง



รูปที่ 2 ความสัมพันธ์ระหว่างแกนอ้างอิงภาพและแกนอ้างอิงจุดภาพ

โดยที่  $\lambda$  คือค่าคงที่ไม่เจาะจง โดยแสดงถึงการที่กล้องจะลดมิติของข้อมูลลงจาก 3 มิติเป็น 2 มิติ โดยกลุ่มของจุดใน 3 มิติที่อยู่บนเส้นตรงเดียวกันและผ่านจุดศูนย์กลางการฉาย เมื่อผ่านการฉายจะปรากฏเป็นจุดภาพเดียวกัน กลุ่มของจุดใน 3 มิติเหล่านี้เมื่อแสดงบนแกนอ้างอิงกล้อง จะมีค่าพิกัดเป็นสัดส่วนกันซึ่งแสดงด้วยค่า  $\lambda$  นี้

$\mathbf{X}$  คือเวกเตอร์ที่แสดงถึงจุดวัตถุเขียนแสดงในแกนอ้างอิงโลกแบบพิกัดเอกพันธ์

$\mathbf{x}$  คือเวกเตอร์ที่แสดงถึงจุดภาพเขียนแสดงในแกนอ้างอิงจุดภาพแบบพิกัดเอกพันธ์

$\mathbf{P}$  เรียกว่าเมทริกซ์กล้อง (camera matrix) เป็นเมทริกซ์ขนาด  $3 \times 4$

$\mathbf{K}$  เรียกว่าเมทริกซ์การสอบเทียบกล้อง (camera calibration matrix) เป็นเมทริกซ์ขนาด  $3 \times 3$  ที่มีความสัมพันธ์โดยตรงกับพารามิเตอร์ภายในทั้ง 5 ตัวของกล้อง โดยที่

$$\mathbf{K} = \begin{bmatrix} \alpha & s & u_0 \\ 0 & \beta & v_0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$\alpha, \beta$  คือ ค่าคงที่ที่เกี่ยวข้องกับคุณสมบัติของเลนส์และความละเอียดของอุปกรณ์รับรู้ภาพ

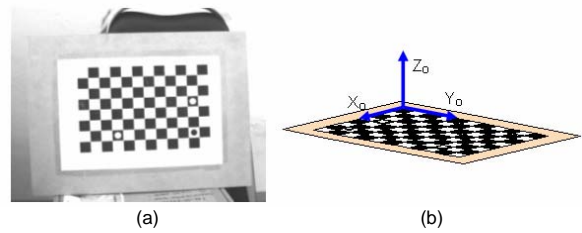
$u_0, v_0$  คือ ตำแหน่งจุดศูนย์กลางของภาพซึ่งคือจุดกำเนิดของแกนอ้างอิงภาพและเป็นจุดตัดของแกนหลักสำคัญของเลนส์ (optical axis) กับระนาบรับภาพ

$s$  คือ ค่าความเบี่ยง ซึ่งแสดงถึงความเบี่ยงเบนอันเนื่องมาจากการที่แกนหลักสำคัญของเลนส์ไม่ตั้งฉากกับระนาบรับภาพของกล้อง

$[\mathbf{R} | \mathbf{t}]$  คือเมทริกซ์พารามิเตอร์ภายนอก มีขนาด  $3 \times 4$  โดยแบ่งเป็นส่วนของการหมุนและส่วนของการเลื่อนที่ ซึ่งมีองศาอิสระเท่ากับ 6 (องศาอิสระการเลื่อนเท่ากับ 3 และองศาอิสระการหมุนเท่ากับ 3) เมทริกซ์กล้อง จะมีองศาอิสระรวม 11 จะสอดคล้องกับการที่เมทริกซ์กล้องมีสมาชิก 12 ตัวซึ่งมีค่าขึ้นอยู่กับสเกล (up to scale) ดังนั้นองศาอิสระจะเหลือเพียง 11 เท่านั้น

### 3. การสอบเทียบกล้อง

การสอบเทียบกล้องเป็นขั้นตอนที่จำเป็นและมีความสำคัญในการนำกล้องไปใช้ในงานที่เกี่ยวข้องกับการวัด เป็นการหาค่าพารามิเตอร์ภายในและภายนอกของกล้อง งานวิจัยนี้จะใช้วัตถุสอบเทียบชนิด 2 มิติที่มีลักษณะเป็นตารางหมากรุกดังแสดงในรูปที่ 3(a) สามารถสร้างขึ้นโดยใช้โปรแกรมประยุกต์สำหรับการจัดการรูปภาพและพิมพ์โดยใช้เครื่องพิมพ์เลเซอร์ที่มีความละเอียดสูง จุดที่ใช้เป็นจุดควบคุมคือจุดมุมของตารางหมากรุก จากภาพของกระดานสอบเทียบจะสามารถหาตำแหน่งจุดควบคุมได้โดยวิธีการประมวลผลภาพ เช่น ตัวตรวจจับมุมของซูซาน (Susan corner detector) หรือตัวตรวจจับมุมของแฮร์ริส (Harris corner detector) ซึ่งจะสามารถหาตำแหน่งลักษณะมุมด้วยความถูกต้องระดับซับพิกเซล (subpixel accuracy) จากภาพถ่ายกระดานสอบเทียบที่ได้จากหลายมุมมองจะสามารถประมาณค่าพารามิเตอร์ภายในและภายนอกของกล้องได้



รูปที่ 3 (a) กระดานสอบเทียบ (b) แกนอ้างอิงวัตถุสอบเทียบ

ถ้ากำหนดให้ระนาบของกระดานสอบเทียบเป็นระนาบ XY ของแกนอ้างอิงวัตถุสอบเทียบดังแสดงในรูป 3(b) ดังนั้นจุดทุกจุดบนระนาบของกระดานสอบเทียบจะมีค่าพิกัดแสดงบนแกนอ้างอิงวัตถุสอบเทียบเป็น  $\mathbf{M} = [X_0 \ Y_0 \ 0]^T$  และกำหนดให้ภาพของจุด  $\mathbf{M}$  ที่ถูกฉายโดยกล้อง เป็น  $\mathbf{m} = [u \ v]^T$  บนแกนอ้างอิงจุดภาพ ดังนั้นจุด  $\mathbf{M}$  และ  $\mathbf{m}$  เมื่อเขียนในพิกัดเอกพันธ์จะได้เป็น  $\tilde{\mathbf{M}} = [X_0 \ Y_0 \ 0 \ 1]^T$  และ  $\tilde{\mathbf{m}} = [u \ v \ 1]^T$  ตามลำดับและให้  $\mathbf{r}_i$  เป็นสตมภ์ที่  $i$  ของเมทริกซ์การหมุน  $\mathbf{R}$  จากสมการการฉาย (2) จะได้

$$\lambda \begin{bmatrix} u \\ v \\ 1 \end{bmatrix} = \mathbf{K} [\mathbf{r}_1 \ \mathbf{r}_2 \ \mathbf{r}_3 \ \mathbf{t}] \begin{bmatrix} X_0 \\ Y_0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$\lambda \begin{bmatrix} u \\ v \\ 1 \end{bmatrix} = \mathbf{K} [\mathbf{r}_1 \ \mathbf{r}_2 \ \mathbf{t}] \begin{bmatrix} X_0 \\ Y_0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

และกำหนดให้เมทริกซ์จัดรูป

$$\mathbf{H} = \mathbf{K} [\mathbf{r}_1 \ \mathbf{r}_2 \ \mathbf{t}] \quad (3)$$

เรียกว่า โฮโมกราฟี (homography) จะได้

$$\lambda \begin{bmatrix} u \\ v \\ 1 \end{bmatrix} = \mathbf{H} \begin{bmatrix} X_0 \\ Y_0 \\ 1 \end{bmatrix} \quad (4)$$

เนื่องจากสมาชิกทุกตัวของ  $\mathbf{H}$  ไม่ได้เป็นอิสระจากกันทั้งหมด เพราะมีค่าขึ้นอยู่กับสเกล ดังนั้น  $\mathbf{H}$  จะมีองศาอิสระเท่ากับ 8 เมื่อมีข้อมูลจุดควบคุมบนกระดานสอบเทียบและภาพของจุดควบคุมนั้นมากพอ ก็จะสามารถคำนวณหา  $\mathbf{H}$  ได้ จากสมการที่ (4) จะสามารถเขียนแทนด้วย

$$\lambda \tilde{\mathbf{m}} = \mathbf{H}\tilde{\mathbf{M}}' \quad (5)$$

จากสมการที่ (5) สามารถมองได้ว่า  $\tilde{\mathbf{m}}$  และ  $\mathbf{H}\tilde{\mathbf{M}}'$  เป็นเวกเตอร์ที่ขนานกัน เพื่อกำจัดค่าคงที่  $\lambda$  จะใช้คุณสมบัติผลคูณเชิงเวกเตอร์

$$\tilde{\mathbf{m}} \times \mathbf{H}\tilde{\mathbf{M}}' = \mathbf{0} \quad (6)$$

เมื่อกำหนดให้  $\mathbf{H}^T$  คือ เวกเตอร์ย่อยแถวที่  $i$  ของเมทริกซ์  $\mathbf{H}$  ทำให้ได้

$$\begin{bmatrix} u \\ v \\ 1 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} \mathbf{H}^{iT}\tilde{\mathbf{M}}' \\ \mathbf{H}^{iT}\tilde{\mathbf{M}}' \\ \mathbf{H}^{iT}\tilde{\mathbf{M}}' \end{bmatrix} = \mathbf{0} \quad (7)$$

จากสมการที่ (7) จัดรูปใหม่จะได้เป็น

$$\begin{bmatrix} \mathbf{0}^T & -\tilde{\mathbf{M}}'^T & v\tilde{\mathbf{M}}'^T \\ \tilde{\mathbf{M}}'^T & \mathbf{0}^T & -u\tilde{\mathbf{M}}'^T \\ -v\tilde{\mathbf{M}}'^T & u\tilde{\mathbf{M}}'^T & \mathbf{0}^T \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{H}^1 \\ \mathbf{H}^2 \\ \mathbf{H}^3 \end{bmatrix} = \mathbf{0} \quad (8)$$

ตามสมการที่ (8) คู่จุด 1 คู่จะก่อให้เกิดสมการ 3 สมการ แต่มีเพียง 2 สมการเท่านั้นที่เป็นอิสระเชิงเส้นแก่กัน ในที่นี้จะเลือกใช้ 2 สมการแรก

$$\begin{bmatrix} \mathbf{0}^T & -\tilde{\mathbf{M}}'^T & v\tilde{\mathbf{M}}'^T \\ \tilde{\mathbf{M}}'^T & \mathbf{0}^T & -u\tilde{\mathbf{M}}'^T \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{H}^1 \\ \mathbf{H}^2 \\ \mathbf{H}^3 \end{bmatrix} = \mathbf{0} \quad (9)$$

และถ้ามีคู่จุด  $n$  คู่จะก่อให้เกิดระบบสมการ

$$\begin{bmatrix} \mathbf{0}^T & -\tilde{\mathbf{M}}_1'^T & v_1\tilde{\mathbf{M}}_1'^T \\ \tilde{\mathbf{M}}_1'^T & \mathbf{0}^T & -u_1\tilde{\mathbf{M}}_1'^T \\ \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots \\ \mathbf{0}^T & -\tilde{\mathbf{M}}_n'^T & v_n\tilde{\mathbf{M}}_n'^T \\ \tilde{\mathbf{M}}_n'^T & \mathbf{0}^T & -u_n\tilde{\mathbf{M}}_n'^T \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{H}^1 \\ \mathbf{H}^2 \\ \mathbf{H}^3 \end{bmatrix} = \mathbf{0} \quad (10)$$

$$\mathbf{A}\mathbf{h} = \mathbf{0}$$

โดยที่  $\mathbf{A}$  เป็นเมทริกซ์ขนาด  $2n \times 9$

เนื่องจากโฮโมกราฟีมองศาอิสระเท่ากับ 8 เพราะสมาชิกทั้งหมดมีค่าขึ้นอยู่กับสเกล ในกรณี  $n > 5$  คำตอบ  $\mathbf{h}$  ที่ได้จะไม่เป็นคำตอบแม่นยำตรง (exact solution) คำตอบของสมการที่ (10) นี้จะเป็นคำตอบค่าผิดพลาดกำลังสองน้อยสุด ที่ทำให้ค่า  $\|\mathbf{A}\mathbf{h}\|$  มีค่าน้อยที่สุดภายใต้เงื่อนไข  $\|\mathbf{h}\| = 1$  คำตอบของระบบสมการนี้จะตรงกับเวกเตอร์ซิงกูลาร์ที่ตรงกับค่าซิงกูลาร์ที่น้อยที่สุดของเมทริกซ์  $\mathbf{A}$  การหาคำตอบของระบบสมการในลักษณะนี้จะได้พบอีกหลายครั้งในบทความนี้

เมื่อกำหนดคำตอบ  $\mathbf{h}$  แล้ว สมมติว่าโฮโมกราฟีสามารถเขียนได้ในรูปแบบ

$$\mathbf{H} = [\mathbf{h}_1 \quad \mathbf{h}_2 \quad \mathbf{h}_3] = \begin{bmatrix} h_{11} & h_{21} & h_{31} \\ h_{12} & h_{22} & h_{32} \\ h_{13} & h_{23} & h_{33} \end{bmatrix} \quad (11)$$

จากสมการที่ (3) จะได้ความสัมพันธ์ระหว่างโฮโมกราฟีและพารามิเตอร์ของกล้องเป็น

$$[\mathbf{h}_1 \quad \mathbf{h}_2 \quad \mathbf{h}_3] = \lambda \mathbf{K} [\mathbf{r}_1 \quad \mathbf{r}_2 \quad \mathbf{t}] \quad (12)$$

จากคุณสมบัติที่เมทริกซ์การหมุน  $\mathbf{R}$  เป็นเมทริกซ์ออร์โธนอร์มัล จะได้ว่า  $\mathbf{r}_1$  และ  $\mathbf{r}_2$  ตั้งฉากกันและต่างก็มีขนาด 1 หน่วย ทำให้ได้เงื่อนไขบังคับ

$$\mathbf{h}_1^T \mathbf{K}^{-T} \mathbf{K}^{-1} \mathbf{h}_2 = 0 \quad (13)$$

$$\mathbf{h}_1^T \mathbf{K}^{-T} \mathbf{K}^{-1} \mathbf{h}_1 = \mathbf{h}_2^T \mathbf{K}^{-T} \mathbf{K}^{-1} \mathbf{h}_2 \quad (14)$$

สมการ (13)-(14) คือเงื่อนไขบังคับสำหรับพารามิเตอร์ภายในเมื่อทราบค่าของโฮโมกราฟี

$$\text{โดยกำหนดให้ } \mathbf{B} = \mathbf{K}^{-T} \mathbf{K}^{-1} = \begin{bmatrix} B_{11} & B_{12} & B_{13} \\ B_{12} & B_{22} & B_{23} \\ B_{13} & B_{23} & B_{33} \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} \frac{1}{\alpha^2} & -\frac{s}{\alpha^2 \beta} & \frac{v_0 s - u_0 \beta}{\alpha^2 \beta} \\ -\frac{s}{\alpha^2 \beta} & \frac{s^2}{\alpha^2 \beta^2} + \frac{1}{\beta^2} & -\frac{s(v_0 s - u_0 \beta)}{\alpha^2 \beta^2} - \frac{v_0}{\beta^2} \\ \frac{v_0 s - u_0 \beta}{\alpha^2 \beta} & -\frac{s(v_0 s - u_0 \beta)}{\alpha^2 \beta^2} - \frac{v_0}{\beta^2} & \frac{(v_0 s - u_0 \beta)^2}{\alpha^2 \beta^2} + \frac{v_0^2}{\beta^2} + 1 \end{bmatrix}$$

ทำให้สมการที่ (13) และ (14) สามารถเขียนใหม่ได้เป็น

$$\mathbf{h}_1^T \mathbf{B} \mathbf{h}_2 = 0 \quad (15)$$

$$\mathbf{h}_1^T \mathbf{B} \mathbf{h}_1 = \mathbf{h}_2^T \mathbf{B} \mathbf{h}_2 \quad (16)$$

จากการจัดรูปตัวแปรใหม่จะพบว่า

$$\mathbf{h}_1^T \mathbf{B} \mathbf{h}_j = \mathbf{v}_j^T \mathbf{b}$$

โดยที่  $\mathbf{b} = [B_{11} \quad B_{12} \quad B_{22} \quad B_{13} \quad B_{23} \quad B_{33}]^T$  และ

$$\mathbf{v}_j = [h_{11}h_{j1} \quad h_{11}h_{j2} + h_{12}h_{j1} \quad h_{22}h_{j2} \quad h_{13}h_{j1} + h_{12}h_{j3} \quad h_{13}h_{j2} + h_{22}h_{j3} \quad h_{13}h_{j3}]^T$$

ดังนั้นจากสมการ (15) และ (16) สามารถเขียนใหม่ได้เป็นระบบสมการ

$$\begin{bmatrix} \mathbf{v}_{12}^T \\ (\mathbf{v}_{11} - \mathbf{v}_{22})^T \end{bmatrix} \mathbf{b} = \mathbf{0}$$

เมื่อกำหนดภาพของกระดานสอบเทียบ 1 ภาพ จะเกิดสมการ 2 สมการ ถ้ามีภาพ  $n$  ภาพ จะสามารถเขียนเป็นระบบสมการ

$$\mathbf{V}\mathbf{b} = \mathbf{0} \quad (17)$$

โดยที่  $\mathbf{V}$  เป็นเมทริกซ์ขนาด  $2n \times 6$

กรณีที่  $n \geq 3$  จะสามารถแก้สมการที่ (17) ด้วยวิธีการเดียวกับการแก้สมการที่ (10) คำตอบของปัญหานี้จะตรงกับเวกเตอร์ซิงกูลาร์ที่ตรงกับค่าซิงกูลาร์ที่น้อยที่สุดของเมทริกซ์  $\mathbf{V}$  เมื่อสามารถคำนวณหา  $\mathbf{b}$  ได้ก็สามารถคำนวณหาพารามิเตอร์การสอบเทียบ  $\mathbf{K}$  และพารามิเตอร์ภายในทั้ง 5 ตัวได้ตามสมการที่ (18)

$$\begin{aligned} v_0 &= (B_{12}B_{13} - B_{11}B_{23}) / (B_{11}B_{22} - B_{12}^2) \\ \lambda &= B_{33} - [B_{13}^2 + v_0(B_{12}B_{13} - B_{11}B_{23})] / B_{11} \\ \alpha &= \sqrt{\lambda / B_{11}} \\ \beta &= \sqrt{\lambda B_{11} / (B_{11}B_{22} - B_{12}^2)} \\ s &= -B_{12}\alpha^2 \beta / \lambda \\ u_0 &= sv_0 / \beta - B_{13}\alpha^2 / \lambda \end{aligned} \quad (18)$$

และหาพารามิเตอร์ภายนอกสำหรับกระดานสอบเทียบในแต่ละรูปได้ดังนี้

$$\begin{aligned} \mathbf{r}_1 &= \lambda \mathbf{K}^{-1} \mathbf{h}_1 \\ \mathbf{r}_2 &= \lambda \mathbf{K}^{-1} \mathbf{h}_2 \\ \mathbf{r}_3 &= \mathbf{r}_1 \times \mathbf{r}_2 \\ \mathbf{t} &= \lambda \mathbf{K}^{-1} \mathbf{h}_3 \end{aligned} \quad (19)$$

#### 4. การบิดเบี้ยวเชิงรังสีและการประมาณค่าสัมประสิทธิ์การบิดเบี้ยว

แบบจำลองกล้องที่กล่าวถึงข้างต้น เป็นแบบจำลองแบบเชิงเส้น กล่าวคือจุดของวัตถุใน 3 มิติ จุดศูนย์กลางกล้องและจุดภาพที่เกิดจากวัตถุนั้นอยู่บนเส้นตรงเดียวกันเป็นไปตามสมการการฉาย (1) แต่ในทางปฏิบัติแล้วภาพที่ถ่ายได้ส่วนมากจะมีความบิดเบี้ยว อันเนื่องมาจากการใช้เลนส์ โดย

เลนส์ที่มีความยาวโฟกัสน้อยกว่า ภาพที่ได้จะมีความบิดเบือนมากกว่า การบิดเบือนของภาพสามารถแบ่งออกเป็น 2 ประเภท คือ การบิดเบือนในแนวรัศมีและแนวสัมผัส โดยแต่ละแนวจะต้องการแบบจำลองที่ประกอบด้วยอนุกรมอนันต์เพื่อจะสามารถจำลองพฤติกรรมได้อย่างสมบูรณ์แบบ แต่จากงานวิจัย [6] พบว่าสามารถคำนึงถึงเฉพาะการบิดเบือนในแนวรัศมีเท่านั้น และใช้เพียง 2 เทอมแรกของอนุกรมอนันต์ก็ให้ผลลัพธ์ถูกต้องเพียงพอ

$$\bar{x} = x(1 + k_1 r^2 + k_2 r^4) \quad (20)$$

$$\bar{y} = y(1 + k_1 r^2 + k_2 r^4) \quad (21)$$

โดยที่  $r = \sqrt{\bar{x}^2 + \bar{y}^2}$ ,  $(\bar{x}, \bar{y})$  และ  $(x, y)$  เป็นพิกัดของจุดภาพที่บิดเบือนและไม่บิดเบือนแสดงบนแกนอ้างอิงภาพ เทียบกับจุดศูนย์กลางของภาพบิดเบือนซึ่งโดยทั่วไปจะสันนิษฐานว่าเป็นจุดเดียวกับจุดศูนย์กลางภาพ ค่า  $k_1$  และ  $k_2$  คือค่าสัมประสิทธิ์การบิดเบือนอันดับที่ 1 และอันดับที่ 2

จากแบบจำลองนี้บ่งบอกว่าที่จุดศูนย์กลางภาพ ( $r=0$ ) ภาพจะไม่มีการบิดเบือนเกิดขึ้นและจะมีค่ามากขึ้นสำหรับจุดที่อยู่ห่างจากจุดศูนย์กลางออกไป และเมื่อทราบค่าสัมประสิทธิ์การบิดเบือนเชิงรัศมี จะทำให้สามารถแก้ไขความบิดเบือนของภาพได้จากสมการที่ (20) และ (21)

จากความสัมพันธ์ระหว่างแกนอ้างอิงภาพและแกนอ้างอิงจุดภาพ โดยผ่านทางเมทริกซ์การสอบเทียบกล้อง ประกอบกับสมการที่ (20) และ (21) จะได้ว่า

$$\bar{u} = u + (u - u_0) [k_1 (\bar{x}^2 + \bar{y}^2) + k_2 (\bar{x}^2 + \bar{y}^2)^2] \quad (22)$$

$$\bar{v} = v + (v - v_0) [k_1 (\bar{x}^2 + \bar{y}^2) + k_2 (\bar{x}^2 + \bar{y}^2)^2] \quad (23)$$

หรือสามารถเขียนเป็นลักษณะของเมทริกซ์ได้ดังนี้

$$\begin{bmatrix} (u - u_0)(\bar{x}^2 + \bar{y}^2) & (u - u_0)(\bar{x}^2 + \bar{y}^2)^2 \\ (v - v_0)(\bar{x}^2 + \bar{y}^2) & (v - v_0)(\bar{x}^2 + \bar{y}^2)^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} k_1 \\ k_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{u} - u \\ \bar{v} - v \end{bmatrix} \quad (24)$$

เมื่อมีข้อมูล  $n$  จุดสอบเทียบบน  $m$  ภาพ จะสามารถสร้างระบบสมการเชิงเส้นจำนวน  $2mn$  สมการ และเขียนแทนได้เป็น  $Dk = d$  และจะสามารถหาคำตอบเชิงเส้นได้คือ

$$k = (D^T D)^{-1} D^T d \quad (25)$$

นอกจากนี้ยังสามารถทำการประมาณค่าพารามิเตอร์แบบละเอียด โดยใช้คำตอบจากสมการที่ (25) เป็นค่าเริ่มต้นในการหาค่าต่ำสุดแบบไม่เชิงเส้นที่ทำให้ฟังก์ชันผลรวมค่าผิดพลาด 2 มิติบนระนาบรับภาพยกกำลังสองในสมการที่ (26) มีค่าน้อยที่สุด

$$\sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n \|m_j - \bar{m}(k_1, k_2, K, R_i, t_i, p_j)\|^2 \quad (26)$$

โดยที่  $m_j$  คือ พิกัดจุดภาพของจุดที่  $j$  ของภาพกระดานสอบเทียบที่วัดได้

ในภาพที่  $i$

$\bar{m}$  คือ พิกัดจุดภาพที่ได้จากการฉายจุด 3 มิติ  $p_j$  บนกระดานสอบเทียบในภาพที่  $i$  และคำนวณพิกัดจุดภาพที่บิดเบือนไปโดยใช้พารามิเตอร์ภายในและภายนอกของกล้องและสมการ (20), (21)

$k_1, k_2, K$  คือ พารามิเตอร์ภายในของกล้อง

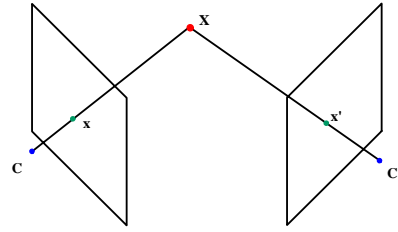
$R_i, t_i$  คือ พารามิเตอร์ภายนอกของกล้องในการถ่ายภาพที่  $i$

$p_j$  คือ พิกัด 3 มิติของจุดที่  $j$  บนกระดานสอบเทียบแสดงบนแกนอ้างอิงวัตถุซึ่งติดอยู่กับวัตถุสอบเทียบ

### 5. ระบบสองกล้องและการคำนวณหาพิกัด 3 มิติจากภาพทั้งสอง

กล้องเป็นอุปกรณ์ที่ทำการฉายวัตถุใน 3 มิติให้เป็นภาพซึ่งมีเพียง 2 มิติ ดังนั้นจึงมีข้อมูลหายไป 1 มิติ ทำให้ภาพเพียงภาพเดียวไม่สามารถจะบอก

ถึงลักษณะ 3 มิติของวัตถุที่ทำให้เกิดภาพนั้นได้ การใช้กล้องตั้งแต่ 2 ตัวขึ้นไปเพื่อถ่ายภาพวัตถุเดียวกันจะทำให้มีข้อมูลที่มากกว่าเพียงพอที่จะทำการคำนวณกลับเป็นข้อมูล 3 มิติอีกครั้ง



รูปที่ 4 การใช้กล้องสองตัวในการหาพิกัด 3 มิติ

พิจารณาจุด 3 มิติจุดหนึ่ง เมื่อถูกฉายไปยังกล้องทั้งสองผ่านจุดศูนย์กลางกล้องทั้งสอง จะก่อให้เกิดจุดภาพขึ้นบนกล้องแต่ละตัว จุดภาพในกล้องทั้งสองที่เกิดจากจุด 3 มิติเดียวกันนี้ จะเรียกว่าเป็น "คู่จุดสอดคล้อง" (corresponding points) เมื่อทราบข้อมูลพารามิเตอร์ภายในและพารามิเตอร์ภายนอกของกล้องทั้งสองตัว จะสามารถทำการฉายกลับ (back-projection) โดยการลากเส้นตรงผ่านจุดศูนย์กลางกล้องและตำแหน่งของจุดภาพนั้น ตามทฤษฎีแล้วรังสีการฉายกลับจากกล้องทั้งสองจะตัดกันพอดี ณ จุด 3 มิติที่ก่อให้เกิดจุดภาพนั้น แต่สำหรับในทางปฏิบัติแล้วรังสีทั้งสองมักจะไม่ได้ตัดกันพอดี เนื่องมาจากการมีสัญญาณรบกวนในกระบวนการวัด ส่งผลให้เกิดความผิดพลาดในการระบุตำแหน่งคู่จุดสอดคล้องบนภาพทั้งสองอย่างแม่นยำ ประกอบกับค่าพารามิเตอร์ของกล้องที่ได้ผิดพลาดไป

จากการประมวลผลและทำการแก้ไขการบิดเบือนในภาพทั้งสองจะได้คู่จุดสอดคล้อง  $x \leftrightarrow x'$  และโดยกำหนดให้  $x = [u \ v \ 1]^T$  และ  $x' = [u' \ v' \ 1]^T$  โดยแสดงในพิกัดเอกพจน์ ผู้วิจัยจะใช้วิธีแบบพีชคณิตโดยกำหนดให้  $X$  คือจุดพิกัด 3 มิติที่ปรากฏเป็นคู่จุดสอดคล้อง  $x \leftrightarrow x'$  จากสมการการฉายจะสามารถเขียนความสัมพันธ์ได้ดังนี้

$$\lambda x = PX$$

$$\lambda' x' = P'X$$

$$\text{เมื่อ } P = \begin{bmatrix} p_{11} & p_{12} & p_{13} & p_{14} \\ p_{21} & p_{22} & p_{23} & p_{24} \\ p_{31} & p_{32} & p_{33} & p_{34} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} p^{1T} \\ p^{2T} \\ p^{3T} \end{bmatrix} \text{ และ}$$

$$P' = \begin{bmatrix} p'_{11} & p'_{12} & p'_{13} & p'_{14} \\ p'_{21} & p'_{22} & p'_{23} & p'_{24} \\ p'_{31} & p'_{32} & p'_{33} & p'_{34} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} p'^{1T} \\ p'^{2T} \\ p'^{3T} \end{bmatrix}$$

เป็นเมทริกซ์กล้องขวาและซ้ายตามลำดับ เพื่อจะกำจัดค่าคงตัว  $\lambda$  และ  $\lambda'$  จะใช้ความสัมพันธ์ของผลคูณเชิงเวกเตอร์

สำหรับกล้องทางขวา

$$x \times (PX) = 0$$

$$\begin{bmatrix} x \\ y \\ 1 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} p^{1T} X \\ p^{2T} X \\ p^{3T} X \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} yp^{3T} X - p^{2T} X \\ p^{1T} X - xp^{3T} X \\ xp^{2T} X - yp^{1T} X \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$x(p^{3T} X) - p^{1T} X = 0$$

$$y(p^{3T} X) - p^{2T} X = 0$$

$$x(p^{2T} X) - y(p^{1T} X) = 0$$

เช่นเดียวกันสำหรับกล่องทางซ้าย

$$\begin{aligned} x'(\mathbf{p}^{3T} \mathbf{X}) - \mathbf{p}^{1T} \mathbf{X} &= 0 \\ y'(\mathbf{p}^{3T} \mathbf{X}) - \mathbf{p}^{2T} \mathbf{X} &= 0 \\ x'(\mathbf{p}^{2T} \mathbf{X}) - y'(\mathbf{p}^{1T} \mathbf{X}) &= 0 \end{aligned} \quad (28)$$

ในทำนองเดียวกับสมการที่ (7) สมการพีชคณิตทั้ง 3 สมการนี้ มีเพียง 2 สมการเท่านั้นที่เป็นอิสระจากกัน ทำการเลือก 2 สมการแรกจากสมการทั้งสองชุด แล้วจัดรูปใหม่ได้เป็น

$$\begin{bmatrix} x\mathbf{p}^{3T} - \mathbf{p}^{1T} \\ y\mathbf{p}^{3T} - \mathbf{p}^{2T} \\ x'\mathbf{p}^{3T} - y'\mathbf{p}^{1T} \\ y'\mathbf{p}^{3T} - \mathbf{p}^{2T} \end{bmatrix} \mathbf{X} = \mathbf{0} \quad (29)$$

หรือ  $\mathbf{LX} = \mathbf{0}$

สามารถหาคำตอบได้เช่นเดียวกับวิธีที่ใช้ในหัวข้อก่อนหน้านี้ โดยหาค่า  $\mathbf{X}$  ที่ทำให้  $\|\mathbf{LX}\|$  มีค่าน้อยที่สุดภายใต้เงื่อนไข  $\|\mathbf{X}\|=1$  ซึ่งตรงกับเวกเตอร์ซิงกูลาร์ที่ตรงกับค่าซิงกูลาร์ที่น้อยที่สุดของเมทริกซ์  $\mathbf{L}$  จากคำตอบที่ได้จะสามารถแปลงเป็นพิกัดคาร์ทีเซียนใน 3 มิติได้โดยตรง

### 6. การสอบเทียบระบบกล้องสองตัว

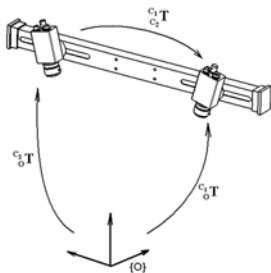
การสอบเทียบที่กล่าวมาข้างต้นเป็นการสอบเทียบแต่ละกล้องแยกต่างหาก ในการสอบเทียบโดยใช้วัตถุสอบเทียบ 2 มิติจะทำการบันทึกภาพของพารามิเตอร์ของกล้องนั้นได้ แต่เนื่องจากข้อมูลทีวัดได้จะมีสัญญาณรบกวนเข้ามาปะปนอยู่ ทำให้พารามิเตอร์ที่คำนวณได้มีความผิดพลาดและไม่สมเหตุสมผลบางประการอันเนื่องมาจากผลการคำนวณพารามิเตอร์ภายนอกในแต่ละจังหวะ ซึ่งควรจะสอดคล้องกับข้อบังคับทางกายภาพที่กล้องทั้งสองถูกจับยึดอย่างมั่นคงหรือกล่าวคือเมทริกซ์การแปลงเอกพันธ์ระหว่างกล้องทั้งสองจะต้องมีค่าคงที่

$${}_{C_2}T = {}_{C_0}T {}_{C_0}T^{-1} \quad (30)$$

โดยที่  ${}_{C_2}T$  คือเมทริกซ์การแปลงเอกพันธ์ของแกนอ้างอิงกล้องขวาเทียบกับกล้องซ้าย

${}_{C_0}T$  และ  ${}_{C_0}T^{-1}$  คือ เมทริกซ์การแปลงเอกพันธ์ของแกนอ้างอิงกล้องซ้ายและกล้องขวา เทียบกับแกนอ้างอิงวัตถุสอบเทียบ ซึ่งก็คือพารามิเตอร์ภายนอกของกล้องทั้งสอง

การสอบเทียบแต่ละกล้องแยกออกจากกัน ไม่ได้คำนึงถึงข้อบังคับนี้ จึงควรจะมีวิธีการคำนวณหาพารามิเตอร์ของกล้องที่รวมเอาข้อบังคับนี้เข้าไว้ด้วย



รูปที่ 5 พารามิเตอร์ภายนอกและเมทริกซ์การแปลงเอกพันธ์ระหว่างกล้องทั้งสอง

การคำนวณจะเริ่มจากการสอบเทียบแต่ละกล้อง เพื่อเป็นการคำนวณหาพารามิเตอร์ภายในและพารามิเตอร์ภายนอกของกล้องโดยประมาณ แล้วจึงนำพารามิเตอร์เหล่านี้มาเริ่มต้นในการทำการหาค่าค่าสุดแบบไม่เชิงเส้นที่ทำให้ฟังก์ชันผลรวมค่าผิดพลาด 3 มิติทั้งสอง โดยพิจารณาค่าผิดพลาดสัมพันธ์กับกระดานสอบเทียบ โดยเปรียบเทียบค่าพิกัด 3 มิติของจุดมุมบนกระดานสอบเทียบซึ่งทราบพิกัดจากการสร้าง และจุด 3 มิติที่ได้จากการคำนวณทางคณิตศาสตร์จากกล้องทั้งสองดังกล่าวในหัวข้อที่ 3.16

$$\sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n \left\| \begin{bmatrix} \mathbf{w}_j - \mathbf{W}(k_{1left}, k_{2left}, \mathbf{K}_{left}, k_{1right}, k_{2right}, \mathbf{K}_{right}) \\ \mathbf{R}_{left,j}, \mathbf{t}_{left,j}, \mathbf{C}_2 T, \mathbf{m}_{ij,left}, \mathbf{m}_{ij,right} \end{bmatrix} \right\|^2 \quad (31)$$

โดยที่  $\mathbf{w}_j$  คือจุดพิกัด 3 มิติบนกระดานสอบเทียบ

$\mathbf{W}$  คือจุดพิกัด 3 มิติที่ได้การคำนวณทางคณิตศาสตร์จากภาพจากทั้งกล้องทั้งสองโดยใช้พารามิเตอร์ของกล้องทั้งสองตัว

$\mathbf{m}_{ij,left}, \mathbf{m}_{ij,right}$  คือพิกัดจุดภาพของจุดควบคุมที่  $j$  ของภาพกระดานสอบเทียบที่วัดได้ในภาพที่  $i$  บนกล้องซ้ายและขวาตามลำดับ

$k_{1left}, k_{2left}, \mathbf{K}_{left}$  คือพารามิเตอร์ภายในของกล้องซ้าย

$k_{1right}, k_{2right}, \mathbf{K}_{right}$  คือพารามิเตอร์ภายในของกล้องขวา

$\mathbf{R}_{left,j}, \mathbf{t}_{left,j}$  คือพารามิเตอร์ภายนอกของกล้องซ้าย

$\mathbf{C}_2 T$  คือเมทริกซ์การแปลงเอกพันธ์ของแกนอ้างอิงกล้องขวาเทียบกับกล้องซ้าย

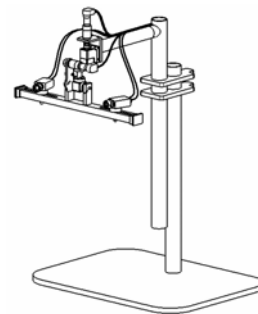
### 7. หุ่นยนต์ที่ใช้ในงานวิจัย

หุ่นยนต์ที่ใช้ในงานวิจัยนี้จะเป็นหุ่นยนต์สองแกน ขับเคลื่อนด้วยมอเตอร์กระแสตรงและออกแบบเพื่อให้ผู้ใช้สามารถจัดวางตำแหน่งและทิศทางของกล้องทั้งสองเพื่อให้มุมมองของกล้องทั้งสองสามารถครอบคลุมบริเวณที่ต้องการใช้งานได้ นอกจากนี้ผู้ใช้ยังสามารถปรับความสูงของหุ่นยนต์ได้ เพื่อรองรับความยืดหยุ่นในการใช้งานเมื่อเปลี่ยนแปลงความยาวโฟกัสของเลนส์รวมถึงระยะเวลาใช้งานในอนาคต

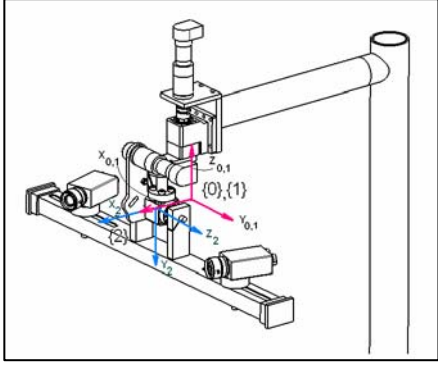
หุ่นยนต์จะทำหน้าที่ติดตามอนุภาคบนเป้าหมายที่ได้ออกแบบไว้ โดยที่ จะเคลื่อนที่ตามคำสั่งอ้างอิงที่ได้จากการหาค่าพิกัด 3 มิติในส่วนของกล้องทั้งสอง ซึ่งจะต้องทราบแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของหุ่นยนต์จากการวิเคราะห์ฟอร์เวิร์ดและอินเวอร์สคิเนแมติกส์

#### 7.1 การวิเคราะห์ฟอร์เวิร์ดคิเนแมติกส์ (forward kinematics)

เป็นการคำนวณหาเมทริกซ์การแปลงเอกพันธ์ของแกนอ้างอิงที่ 2 เทียบกับแกนอ้างอิงที่ 0 ของหุ่นยนต์ ในที่นี้ผู้วิจัยจะเลือกใช้พารามิเตอร์ของเดนาวิต-ฮาร์เทนเบิร์ก (Denavit-Hartenberg parameters) เมื่อพิจารณาการเลือกใช้แกนอ้างอิงสำหรับหุ่นยนต์ที่ออกแบบดังแสดงในรูปที่ 7 จะสามารถเขียนค่าพารามิเตอร์สำหรับหุ่นยนต์ดังแสดงในตารางที่ 1



รูปที่ 6 หุ่นยนต์ 2 แกนที่ออกแบบเพื่อใช้ในงานวิจัยนี้



รูปที่ 7 หุ่นยนต์ที่ใช้ในงานวิจัยนี้และแสดงแกนอ้างอิงที่ 0,1 และ 2

ตารางที่ 1 พารามิเตอร์ของเดนาวิต-ฮาร์เทนเบิร์กสำหรับหุ่นยนต์

$i$	$\alpha_{i-1}$	$a_{i-1}$	$d_i$	$\theta_i$
1	0	0	0	$\theta_1 + \Delta\theta_1$
2	$\gamma$	$a_0$	0	$\theta_2 + \Delta\theta_2$

การที่ใส่มุมส่วนเพิ่ม  $\Delta\theta_1$  และ  $\Delta\theta_2$  เข้าไปในพารามิเตอร์ของหุ่นยนต์ เพราะอุปกรณ์วัดมุมที่ใช้เป็นชนิดส่วนเพิ่ม (incremental encoder) ทำให้การเริ่มต้นบันทึกค่ามุมไม่จำเป็นต้องเริ่มตรงกับตำแหน่งศูนย์องศาตามแบบจำลองพอดี ซึ่งจะสามารถเขียนสมการการแปลงเอกพันธ์ของแกนอ้างอิงที่  $i$  เทียบกับแกนอ้างอิงที่  $i-1$  ได้เป็น ( $i = 1,2$ )

$${}^{i-1}\mathbf{T} = \begin{bmatrix} \cos(\theta_i) & -\sin(\theta_i) & 0 & a_{i-1} \\ \sin(\theta_i)\cos(\alpha_{i-1}) & \cos(\theta_i)\cos(\alpha_{i-1}) & -\sin(\alpha_{i-1}) & -\sin(\alpha_{i-1})d_i \\ \sin(\theta_i)\sin(\alpha_{i-1}) & \cos(\theta_i)\sin(\alpha_{i-1}) & \cos(\alpha_{i-1}) & \cos(\alpha_{i-1})d_i \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

โดยจะขอกำหนดสัญลักษณ์ดังนี้เพื่อความสะดวกในการเขียนสมการ  $c\Delta_1 = \cos(\theta_1 + \Delta\theta_1)$ ,  $s\Delta_1 = \sin(\theta_1 + \Delta\theta_1)$ ,  $s_\gamma = \sin(\gamma)$ ,  $c_\gamma = \cos(\gamma)$

เมทริกซ์การแปลงเอกพันธ์ระหว่างแกนอ้างอิงที่ 2 เทียบกับแกนอ้างอิงที่ 0

$${}^0\mathbf{T} = {}^0\mathbf{T}_1\mathbf{T}_2$$

$$= \begin{bmatrix} c\Delta_1 & -s\Delta_1 & 0 & 0 \\ s\Delta_1 & c\Delta_1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} c\Delta_2 & -s\Delta_2 & 0 & a_0 \\ s\Delta_2c_\gamma & c\Delta_2c_\gamma & -s_\gamma & 0 \\ s\Delta_2s_\gamma & c\Delta_2s_\gamma & c_\gamma & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

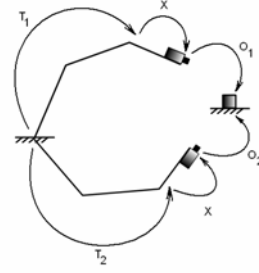
$$= \begin{bmatrix} c\Delta_1c\Delta_2 - s\Delta_1s\Delta_2c_\gamma & -c\Delta_1s\Delta_2 - s\Delta_1c\Delta_2c_\gamma & s\Delta_1s_\gamma & a_0c\Delta_1 \\ s\Delta_1c\Delta_2 + c\Delta_1s\Delta_2c_\gamma & -s\Delta_1s\Delta_2 + c\Delta_1c\Delta_2c_\gamma & -c\Delta_1s_\gamma & a_0s\Delta_1 \\ s\Delta_2s_\gamma & c\Delta_2s_\gamma & c_\gamma & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (32)$$

สำหรับการวิเคราะห์อินเวอร์สคิเนมาติกส์ (inverse kinematics) ผู้วิจัยจะขอออกไปกล่าวในบทถัดไปเรื่องการติดตามอนุภาคใน 3 มิติ

## 7.2 การหาเมทริกซ์การแปลงเอกพันธ์ระหว่างกล้องเทียบกับปลายแขนหุ่นยนต์

การใช้งานกล้องร่วมกับหุ่นยนต์ ลักษณะการใช้งานที่นิยมมากที่สุดคือ การนำอุปกรณ์รับรู้มาติดตั้งที่ปลายแขนหุ่นยนต์ แต่ข้อมูลที่ได้จากอุปกรณ์รับรู้เป็นข้อมูลที่อ้างอิงเทียบกับแกนพิกัดของอุปกรณ์รับรู้นั้น สิ่งที่จะต้องทราบคือเมทริกซ์การแปลงระหว่างแกนอ้างอิงของอุปกรณ์รับรู้อ้างอิงที่ปลายแขนของหุ่นยนต์ เพื่อจะสามารถทำการแปลงพิกัดของข้อมูลที่ได้จากอุปกรณ์รับรู้ให้มาอยู่ในแกนอ้างอิงที่ปลายแขนของหุ่นยนต์ โดยทั่วไป

ตำแหน่งและทิศทางของปลายแขนของหุ่นยนต์จะทราบจากตัวควบคุมของหุ่นยนต์ ซึ่งจะทำให้สามารถนำข้อมูลที่ได้จากอุปกรณ์รับรู้ไปใช้งานได้



รูปที่ 8 เมทริกซ์การแปลงเอกพันธ์ที่เกี่ยวข้องกับการสอบเทียบหาเมทริกซ์การแปลงเอกพันธ์ระหว่างกล้องเทียบกับปลายแขนหุ่นยนต์

การคำนวณหาเมทริกซ์การแปลงนี้ทำโดยเคลื่อนที่ปลายแขนหุ่นยนต์ที่ติดกล้องไว้ แล้วสังเกตวัตถุที่อยู่หนึ่งจากหลายมุมมองโดยอาศัยข้อมูลการสอบเทียบของกล้องมาช่วยในการประมาณค่าได้ พิจารณารูปที่ 8 ให้หุ่นยนต์ทำการเคลื่อนที่เพื่อสังเกตวัตถุเดียวกันจาก 2 ตำแหน่ง และจะสามารถเขียนความสัมพันธ์จากการแปลงพิกัดได้ดังนี้

$$\mathbf{T}_1\mathbf{X}\mathbf{O}_1 = \mathbf{T}_2\mathbf{X}\mathbf{O}_2$$

โดยที่  $\mathbf{T}_1$  คือเมทริกซ์การแปลงเอกพันธ์ของแกนอ้างอิงของปลายแขนหุ่นยนต์เทียบกับแกนอ้างอิงของฐานหุ่นยนต์ ณ ตำแหน่งที่  $i$   $\mathbf{X}$  คือเมทริกซ์การแปลงเอกพันธ์ของแกนอ้างอิงกล้องเทียบกับแกนอ้างอิงของปลายแขนหุ่นยนต์ ซึ่งมีค่าคงที่  $\mathbf{O}_1$  คือเมทริกซ์การแปลงเอกพันธ์ของแกนอ้างอิงวัตถุเทียบกับแกนอ้างอิงกล้อง ณ ตำแหน่งที่  $i$  ซึ่งก็คือพารามิเตอร์ภายนอกของกล้องนั่นเอง

จัดรูปใหม่ได้สมการการแปลงเอกพันธ์ (homogeneous transform equation)

$$\mathbf{A}\mathbf{X} = \mathbf{B}\mathbf{X} \quad (33)$$

โดยที่  $\mathbf{A} = \mathbf{T}_2^{-1}\mathbf{T}_1$  และ  $\mathbf{B} = \mathbf{O}_2\mathbf{O}_1^{-1}$

จากสมการที่ (33) ให้เขียนกระจายเมทริกซ์การแปลงเอกพันธ์ออกเป็นส่วนของ การหมุนและการเคลื่อนที่ ได้เป็น

$$\begin{bmatrix} \mathbf{R}_A & \mathbf{t}_A \\ \mathbf{0} & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{R}_X & \mathbf{t}_X \\ \mathbf{0} & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{R}_B & \mathbf{t}_B \\ \mathbf{0} & 1 \end{bmatrix}$$

จะได้ว่า

$$\mathbf{R}_A\mathbf{R}_X = \mathbf{R}_B\mathbf{R}_B \quad (34)$$

$$\mathbf{R}_A\mathbf{t}_X + \mathbf{t}_A = \mathbf{R}_B\mathbf{t}_B + \mathbf{t}_B \quad (35)$$

สำหรับเมทริกซ์การหมุนที่ไม่ใช่เมทริกซ์เอกลักษณ์ จะแสดงแทนได้ด้วยเวกเตอร์แกนหมุนและมุมหมุน  $\mathbf{k}, \theta$  (angle-axis representation) ในทางกลับกันเมื่อทราบ  $\mathbf{k}, \theta$  ก็จะสามารถหาเมทริกซ์การหมุนได้ นั่นคือ

$$\mathbf{R} \leftrightarrow (\mathbf{k}, \theta)$$

โดยที่  $\mathbf{R}$  คือเมทริกซ์การหมุน

$\mathbf{k}$  คือเวกเตอร์หนึ่งหน่วยแสดงถึงทิศทางของแกนหมุน

$\theta$  คือมุมการหมุนรอบเวกเตอร์  $\mathbf{k}$

การแก้สมการที่ (34) และ (35) จะทำการนิยามเวกเตอร์ตัวใหม่

$$\mathbf{p} = 2 \sin\left(\frac{\theta}{2}\right)\mathbf{k} \quad (36)$$

ซึ่งเป็นอีกรูปแบบของการแสดงถึงการหมุนเช่นเดียวกับเมทริกซ์การหมุนและนิยามฟังก์ชัน

$$Skew(\mathbf{u}) = \begin{bmatrix} 0 & -u_z & u_y \\ u_z & 0 & -u_x \\ -u_y & u_x & 0 \end{bmatrix}$$

ทำให้สมการที่ (34) และ (35) สามารถจัดรูปใหม่ได้เป็น

$$Skew(\mathbf{p}_A + \mathbf{p}_B)\mathbf{p}_X = \mathbf{p}_B - \mathbf{p}_A \quad (37)$$

$$(\mathbf{R}_A - \mathbf{I})\mathbf{t}_X = \mathbf{R}_X\mathbf{t}_B - \mathbf{t}_A \quad (38)$$

โดยที่  $\mathbf{p}_A = 2 \sin\left(\frac{\theta_A}{2}\right)\mathbf{k}_A$  และ  $\mathbf{p}_B = 2 \sin\left(\frac{\theta_B}{2}\right)\mathbf{k}_B$

เนื่องจากเมทริกซ์  $Skew(\mathbf{p}_A + \mathbf{p}_B)$  และ  $(\mathbf{R}_A - \mathbf{I})$  มีค่าลำดับชั้นเท่ากับ 2 ดังนั้นแต่ละกลองจะต้องทำการสร้างชุดสมการ  $\mathbf{A}\mathbf{X} = \mathbf{X}\mathbf{B}$  อย่างน้อย 2 ชุด เพื่อจะสามารถคำนวณหาคำตอบที่มีค่าผิดพลาดกำลังสองน้อยสุดได้

เนื่องจากในงานวิจัยนี้ใช้กลองจำนวน 2 ตัว จึงจะต้องทำการคำนวณหาเมทริกซ์การแปลงเอกพจน์ของแกนอ้างอิงของกลองซ้ายและขวาเทียบกับแกนอ้างอิงที่ 2 ของหุ่นยนต์ จากการเคลื่อนที่ของหุ่นยนต์ทำให้กลองเคลื่อนที่ไปหลายตำแหน่งทำให้สามารถสร้างชุดสมการ

$$\text{สำหรับกลองซ้าย} \quad \mathbf{A}_i\mathbf{X}_1 = \mathbf{X}_1\mathbf{B}_i, \quad i = 1, 2, \dots, n$$

$$\text{และสำหรับกลองขวา} \quad \mathbf{A}_i\mathbf{X}_2 = \mathbf{X}_2\mathbf{B}_i, \quad i = 1, 2, \dots, n$$

โดยที่  $n$  คือจำนวนตำแหน่งที่หุ่นยนต์เคลื่อนที่ไปพร้อมกับกลอง

$\mathbf{X}_1$  และ  $\mathbf{X}_2$  คือเมทริกซ์การแปลงเอกพจน์ของแกนอ้างอิงกลองซ้าย

และขวาเทียบกับแกนอ้างอิงของปลายแขนหุ่นยนต์

และจากชุดสมการที่ (37) และ (38) ก่อให้เกิดระบบสมการเชิงเส้น

$$\begin{bmatrix} Skew(\mathbf{p}_{A_1} + \mathbf{p}_{B_1}) \\ Skew(\mathbf{p}_{A_2} + \mathbf{p}_{B_2}) \\ \dots \\ Skew(\mathbf{p}_{A_n} + \mathbf{p}_{B_n}) \end{bmatrix} \mathbf{p}_X = \begin{bmatrix} \mathbf{p}_{B_1} - \mathbf{p}_{A_1} \\ \mathbf{p}_{B_2} - \mathbf{p}_{A_2} \\ \dots \\ \mathbf{p}_{B_n} - \mathbf{p}_{A_n} \end{bmatrix} \quad (39)$$

และ

$$\begin{bmatrix} (\mathbf{R}_{A_1} - \mathbf{I}) \\ (\mathbf{R}_{A_2} - \mathbf{I}) \\ \dots \\ (\mathbf{R}_{A_n} - \mathbf{I}) \end{bmatrix} \mathbf{t}_X = \begin{bmatrix} \mathbf{R}_X\mathbf{t}_{B_1} - \mathbf{t}_{A_1} \\ \mathbf{R}_X\mathbf{t}_{B_2} - \mathbf{t}_{A_2} \\ \dots \\ \mathbf{R}_X\mathbf{t}_{B_n} - \mathbf{t}_{A_n} \end{bmatrix} \quad (40)$$

จากระบบสมการที่ (39) จะสามารถแก้หาค่า  $\mathbf{p}_X$  ซึ่งสามารถแปลงกลับเป็น  $\mathbf{R}_X$  ได้แล้วแทนลงในระบบสมการ (40) เพื่อหาค่าเวกเตอร์  $\mathbf{t}_X$  ได้ ทำให้สามารถหาคำตอบได้

$$\mathbf{X}_1 = \begin{bmatrix} \mathbf{R}_{X1} & \mathbf{t}_{X1} \\ \mathbf{0} & 1 \end{bmatrix} \quad (41)$$

$$\mathbf{X}_2 = \begin{bmatrix} \mathbf{R}_{X2} & \mathbf{t}_{X2} \\ \mathbf{0} & 1 \end{bmatrix} \quad (42)$$

### 7.3 การแปลงพิกัด 3 มิติจากระบบกลองให้อยู่ในแกนอ้างอิงโลก

จากการสอบเทียบโดยใช้วัตถุสอบเทียบ 2 มิติ วัตถุสอบเทียบจะมีการเปลี่ยนตำแหน่งของวัตถุสอบเทียบไปหลายตำแหน่ง ผู้วิจัยจะเลือกใช้แกนอ้างอิงวัตถุสอบเทียบจากสอบเทียบในจังหวะที่ 1 เป็นตำแหน่งของแกนอ้างอิงโลก ในงานวิจัยนี้กลองจะมีการเคลื่อนที่ไปพร้อมกับปลายแขนหุ่นยนต์ซึ่งอยู่ในตำแหน่งที่แตกต่างไปจากขั้นตอนการสอบเทียบกลอง จุดพิกัด 3 มิติที่คำนวณได้จากระบบกลองอย่างเดียวนั้นจะอ้างอิงเทียบกับแกนอ้างอิงโลกเสมือน  $\{W\}$  แทนที่จะเป็นแกนอ้างอิงโลก  $\{W\}$  ขณะทำการสอบเทียบกลอง ดังแสดงในรูปที่ 9 ดังนั้นจะต้องทำการแปลงพิกัดของจุดที่ได้ให้เป็นค่าพิกัด 3 มิติที่เทียบกับแกนอ้างอิงโลก  $\{W\}$  ที่ต้องการ

กำหนดให้  ${}^w\mathbf{p}$  คือพิกัดของจุดซึ่งเขียนแสดงบนแกนอ้างอิงโลกเสมือน

${}^c\mathbf{p}$  คือพิกัดของจุดซึ่งเขียนแสดงบนแกนอ้างอิงโลก

พิจารณาเฉพาะกรณีกลองซ้ายมือ แกนอ้างอิงกลองมีการเปลี่ยนตำแหน่งจาก  $\{C_1\}$  ไปเป็น  $\{C'_1\}$  และเนื่องจากตำแหน่งสัมพัทธ์ระหว่างแกนอ้างอิงโลกกับแกนอ้างอิงกลองจะมีค่าคงที่ดังแสดงในรูปที่ 9 หรือกล่าวอีกอย่างว่า

$${}^c_1\mathbf{T} = {}^c'_1\mathbf{T} = \mathbf{G}_1 \quad (43)$$

$${}^c_2\mathbf{T} = {}^c'_2\mathbf{T} = \mathbf{G}_2 \quad (44)$$

ทำให้สามารถเขียนสมการการแปลงเอกพจน์ได้เป็น

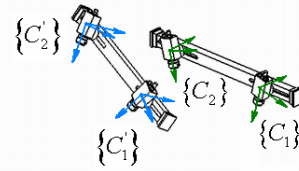
$${}^w\mathbf{p} = ({}^w_0\mathbf{T})({}^w_c\mathbf{T}){}^c\mathbf{p}$$

$${}^w\mathbf{p} = ({}^0_2\mathbf{T}\mathbf{X}_1 {}^c_1\mathbf{T})^{-1} ({}^0_2\mathbf{T}'\mathbf{X}_1 {}^c'_1\mathbf{T}){}^w\mathbf{p}$$

$${}^w\mathbf{p} = ({}^0_2\mathbf{T}\mathbf{X}_1\mathbf{G}_1)^{-1} ({}^0_2\mathbf{T}'\mathbf{X}_1\mathbf{G}_1){}^w\mathbf{p} \quad (45)$$

เช่นเดียวกันสำหรับกลองขวามือจะได้

$${}^w\mathbf{p} = ({}^0_2\mathbf{T}\mathbf{X}_2\mathbf{G}_2)^{-1} ({}^0_2\mathbf{T}'\mathbf{X}_2\mathbf{G}_2){}^w\mathbf{p} \quad (46)$$



รูปที่ 9 การแปลงพิกัด 3 มิติจากแกนอ้างอิงโลกเสมือนไปอยู่ในแกนอ้างอิงโลก

เมื่อ  ${}^0_2\mathbf{T}'$  และ  ${}^0_2\mathbf{T}$  คือเมทริกซ์การแปลงเอกพจน์ของแกนอ้างอิงที่ 2 เทียบกับแกนอ้างอิงที่ 0 ของหุ่นยนต์ขณะเวลาใดๆ และขณะทำการสอบเทียบ ตามลำดับ

$\mathbf{X}_1$  และ  $\mathbf{X}_2$  คือเมทริกซ์การแปลงเอกพจน์ของแกนอ้างอิงกลองซ้ายและกลองขวาเทียบกับแกนอ้างอิงที่ 2 ของหุ่นยนต์ ตามลำดับ

$\mathbf{G}_1$  และ  $\mathbf{G}_2$  คือเมทริกซ์การแปลงเอกพจน์ของแกนอ้างอิงโลกเทียบกับแกนอ้างอิงกลองซ้ายและขวาขณะทำการสอบเทียบตามลำดับ โดยที่  $\mathbf{X}_1, \mathbf{X}_2, \mathbf{G}_1$  และ  $\mathbf{G}_2$  จะมีค่าคงที่ตลอดระยะเวลาทำงานของหุ่นยนต์

### 8. การสอบเทียบระบบกลองและหุ่นยนต์พร้อมกัน

แม้ว่าการสอบเทียบกลองทั้งสองตัวจะให้ผลการสอบเทียบที่ดี หากนำกลองไปติดบนหุ่นยนต์โดยที่ไม่ได้มีการสอบเทียบหุ่นยนต์ก่อน ความผิดพลาดของพารามิเตอร์หุ่นยนต์เพียงเล็กน้อย จะก่อให้เกิดความผิดพลาดของค่าพิกัด 3 มิติที่คำนวณได้อย่างมาก

ในหัวข้อที่ 7.2 ได้กล่าวถึงการสอบเทียบหาเมทริกซ์การแปลงเอกพจน์ระหว่างกลองเทียบกับปลายแขนหุ่นยนต์ จากสมการที่ (33) การคำนวณเมทริกซ์  $\mathbf{X}$  จะต้องทราบค่าเมทริกซ์  $\mathbf{A}$  ซึ่งมีความสัมพันธ์กับพารามิเตอร์ของหุ่นยนต์ แต่เนื่องจากหุ่นยนต์ที่ใช้ในงานวิจัยนี้ได้ถูกสร้างขึ้นใหม่โดยปราศจากเครื่องมือที่มีความละเอียดสูงย่อมมีความผิดพลาดในการสร้าง ทำให้ขนาดจริงไม่ตรงกับขนาดที่กำหนดในแบบวิศวกรรม ทำให้การคำนวณพอร์เวิร์ดคิเนแม



ดิกซ์ตามสมการที่ (32) เพื่อหาค่า  ${}^2T$  และ  ${}^1T$  ให้ค่าไม่ถูกต้อง ค่าผิดพลาดจากพารามิเตอร์ของหุ่นยนต์จะมีผลต่อความถูกต้องของการคำนวณเมทริกซ์  $X$  และค่าพิกัดใน 3 มิติที่คำนวณได้ตามสมการที่ (45) หรือ (46) ดังนั้นเช่นเดียวกับในหัวข้อที่ผ่านมา ผู้วิจัยจะทำการหาค่าพารามิเตอร์กล้องและหุ่นยนต์ที่เหมาะสมที่สุดโดยการทำการหาค่าต่ำสุดแบบไม่เชิงเส้น ผู้วิจัยได้แบ่งเป็น 2 ขั้นตอน คือการหาค่าต่ำสุดแบบไม่เชิงเส้นชั้นกลางและชั้นรวมที่ทำให้ฟังก์ชันผลรวมค่าผิดพลาด 3 มิติยกกำลังสองมีค่าน้อยที่สุดดังนี้

### 8.1 การหาค่าต่ำสุดแบบไม่เชิงเส้นชั้นกลาง

เนื่องจากผลการทดลองหาค่าพารามิเตอร์ภายในและพารามิเตอร์ภายนอกของกล้องทั้งสองตัวตามหัวข้อที่ 6 เรื่องการสอบเทียบระบบกล้องสองตัวให้ผลลัพธ์ที่มีความสมเหตุสมผล ผู้วิจัยจึงตั้งสมมติฐานว่าพารามิเตอร์เหล่านั้นมีความถูกต้องในขั้นตอนนี้ และจะกำหนดให้มีค่าคงที่ และจะทำการประมาณค่าเมทริกซ์การแปลงเอกพจน์ของแกนอ้างอิงกล้องซ้ายและกล้องขวาเทียบกับแกนอ้างอิงที่ 2 ของหุ่นยนต์  $(X_1, X_2)$  และค่าพารามิเตอร์ของหุ่นยนต์  $(a_0, \gamma)$  ที่ทำให้ฟังก์ชันผลรวมค่าผิดพลาด 3 มิติกำลังสองในสมการที่ (47) มีค่าน้อยที่สุด

$$\sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n \|w_j - W(X_1, X_2, a_0, \gamma, w_j)\|^2 \quad (47)$$

โดยที่  $w_j$  คือจุดพิกัด 3 มิติบนกระดานสอบเทียบ

$W$  คือจุดพิกัด 3 มิติที่ได้จากการคำนวณจากภาพจากทั้งสองกล้องตามหัวข้อที่ 5 และทำการแปลงพิกัดตามหัวข้อ 7.3 โดยใช้พารามิเตอร์หุ่นยนต์ที่กำลังคำนวณอยู่

### 8.2 การหาค่าต่ำสุดแบบไม่เชิงเส้นชั้นรวม

หลังจากทำการหาค่าต่ำสุดแบบไม่เชิงเส้นชั้นกลางแล้วจะได้ค่าพารามิเตอร์ของหุ่นยนต์ที่ให้ค่าผิดพลาดน้อยแล้ว ขั้นตอนนี้จะเป็นการรวม

เอาพารามิเตอร์ทุกตัวของทั้งกล้อง 2 ตัวและของหุ่นยนต์มารวมในการคำนวณด้วยซึ่งถือเป็นขั้นตอนสุดท้าย โดยใช้พารามิเตอร์ที่ได้จากการคำนวณชั้นกลางเป็นค่าเริ่มต้นในการหาค่าต่ำสุดแบบไม่เชิงเส้นของฟังก์ชันผลรวมค่าผิดพลาด 3 มิติกำลังสอง

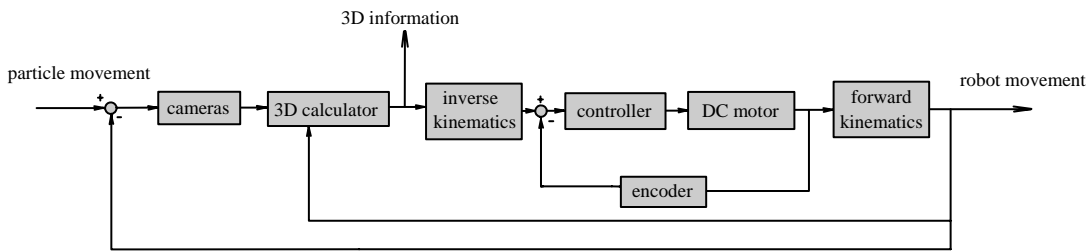
$$\sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n \left\| w_j - W(K_{left}, k_{1left}, k_{2left}, K_{right}, k_{1right}, k_{2right}, R_{left}, t_{left}, R_{right}, t_{right}, X_1, X_2, a_0, \gamma, \Delta\theta_1, \Delta\theta_2, w_j) \right\|^2 \quad (48)$$

โดยที่  $w_j$  คือจุดพิกัด 3 มิติบนกระดานสอบเทียบ

$W$  คือจุดพิกัด 3 มิติที่ได้จากการคำนวณภาพทั้งสองตามหัวข้อที่ 5 และทำการแปลงพิกัดตามหัวข้อ 7.3 โดยใช้พารามิเตอร์หุ่นยนต์และกล้องที่กำลังคำนวณอยู่

## 9. การติดตามอนุภาคใน 3 มิติ

การทำงานของระบบติดตามอนุภาค จะมีการทำงานซ้ำเป็นวงรอบโดยแบ่งออกเป็น 2 วงรอบ ดังแสดงในรูปที่ 10 วงรอบนอกสุดจะเป็นวงรอบที่ทำการถ่ายภาพ แล้วทำการประมวลผลภาพเพื่อหาตำแหน่งของอนุภาคบนภาพจากทั้งสองกล้อง แล้วทำการคำนวณพิกัดตำแหน่งของอนุภาคใน 3 มิติโดยอาศัยพารามิเตอร์ของกล้องทั้งสองและหุ่นยนต์ที่คำนวณได้จากขั้นตอนการสอบเทียบหุ่นยนต์และระบบกล้องสองตัวพร้อมกัน จากข้อมูลพิกัด 3 มิติที่ได้จะนำมาคำนวณเป็นคำสั่งให้หุ่นยนต์เคลื่อนที่ติดตามอนุภาคนั้นได้โดยการใช้อินเวอร์สคิเนแมติกส์ และต่อไปผู้วิจัยจะขอเรียกอัตราการสุมของวงรอบนอกนี้ว่า "อัตราการติดตาม" ซึ่งจะมีค่าจำกัดอันเนื่องมาจากอัตราเฟรมสูงสุดของกล้อง สำหรับวงรอบในจะเป็นวงรอบ

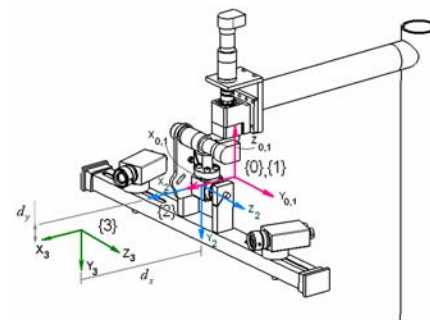


รูปที่ 10 แผนภาพแสดงขั้นตอนการติดตามอนุภาค

การควบคุมที่รับสัญญาณอ้างอิงตำแหน่งมุมจากวงรอบนอก โดยมีตัวควบคุมทำหน้าที่กำเนิดสัญญาณควบคุม เพื่อควบคุมตำแหน่งของมอเตอร์กระแสตรงทั้งสองตัว โดยอาศัยตำแหน่งมุมที่วัดได้จากอุปกรณ์วัดตำแหน่งมุม (encoder) เป็นอุปกรณ์ป้อนกลับ

### 9.1 การวิเคราะห์อินเวอร์สคิเนแมติกส์ (inverse kinematics)

ในการควบคุมให้หุ่นยนต์เคลื่อนที่หันตามวัตถุ ตัวควบคุมจะต้องคำนวณหามุมหมุนของแต่ละข้อต่อจากตำแหน่งพิกัดของวัตถุจากการวิเคราะห์อินเวอร์สคิเนแมติกส์ เนื่องจากหุ่นยนต์ที่ทำงานด้วยกล้องจะไม่มีปลายแขน (tip) แท้จริงทางกายภาพ ดังนั้นการวิเคราะห์จะไม่ตรงไปตรงมาเหมือนแขนหุ่นยนต์ปกติทั่วไป



รูปที่ 11 แกนอ้างอิงที่ 3 ที่เพิ่มขึ้นเพื่อใช้วิเคราะห์อินเวอร์สคิเนแมติกส์

จากแบบจำลองของหุ่นยนต์หัวข้อที่แล้ว เมทริกซ์การแปลงระหว่างแกนอ้างอิงที่ 2 เทียบกับแกนอ้างอิงที่ 0 คือ



$${}^2_1\mathbf{T} = \begin{bmatrix} c\Delta_1c\Delta_2 - s\Delta_1s\Delta_2c_\gamma & -c\Delta_1s\Delta_2 - s\Delta_1c\Delta_2c_\gamma & s\Delta_1s_\gamma & a_0c\Delta_1 \\ s\Delta_1c\Delta_2 + c\Delta_1s\Delta_2c_\gamma & -s\Delta_1s\Delta_2 + c\Delta_1c\Delta_2c_\gamma & -c\Delta_1s_\gamma & a_0s\Delta_1 \\ s\Delta_2s_\gamma & c\Delta_2s_\gamma & c_\gamma & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

เพื่อความสะดวกในการวิเคราะห์อินเวอร์สคิเนแมติกส์ จะขอกำหนดค่ามุม  $\gamma = -\frac{\pi}{2}$  ซึ่งเป็นค่ามุมที่กำหนดในแบบวิศวกรรม จะได้เมทริกซ์การแปลงระหว่างแกนอ้างอิงที่ 2 เทียบกับแกนอ้างอิงที่ 0 ของหุ่นยนต์เป็น

$${}^2_1\mathbf{T} = \begin{bmatrix} c\Delta_1c\Delta_2 & -c\Delta_1s\Delta_2 & -s\Delta_1 & a_0c\Delta_1 \\ s\Delta_1c\Delta_2 & -s\Delta_1s\Delta_2 & c\Delta_1 & a_0s\Delta_1 \\ -s\Delta_2 & -c\Delta_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

ทำการสมมติข้อต่อที่ 3 ของหุ่นยนต์ซึ่งเป็นข้อต่อเลื่อนที่ตั้งแสดงในรูปที่ 11 แล้วทำการติดแกนอ้างอิงที่ 3 เข้าที่ข้อต่อตัวใหม่นี้โดยให้จุดกำเนิดทับกับตำแหน่งของอนุภาคที่กำลังติดตาม ทำให้สามารถเขียนเมทริกซ์การแปลงของแกนอ้างอิงที่ 3 เทียบกับแกนอ้างอิงที่ 2 ได้เป็น

$${}^3_2\mathbf{T} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & d_x \\ 0 & 1 & 0 & d_y \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

ดังนั้นจะได้เมทริกซ์การแปลงของแกนอ้างอิงที่ 3 เทียบกับแกนอ้างอิงที่ 0

$${}^0_1\mathbf{T} = {}^0_2\mathbf{T}{}^2_3\mathbf{T} = \begin{bmatrix} c\Delta_1c\Delta_2 & -c\Delta_1s\Delta_2 & -s\Delta_1 & a_0c\Delta_1 \\ s\Delta_1c\Delta_2 & -s\Delta_1s\Delta_2 & c\Delta_1 & a_0s\Delta_1 \\ -s\Delta_2 & -c\Delta_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & d_x \\ 0 & 1 & 0 & d_y \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} c\Delta_1c\Delta_2 & -c\Delta_1s\Delta_2 & -s\Delta_1 & c\Delta_1(c\Delta_2d_x - s\Delta_2d_y + a_0) \\ s\Delta_1c\Delta_2 & -s\Delta_1s\Delta_2 & c\Delta_1 & s\Delta_1(c\Delta_2d_x - s\Delta_2d_y + a_0) \\ -s\Delta_2 & -c\Delta_2 & 0 & -s\Delta_2d_x - c\Delta_2d_y \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (49)$$

กำหนดให้จุดที่ต้องการติดตามมีพิกัดเทียบกับแกนอ้างอิงที่ 0 เป็น  $(X_r, Y_r, Z_r)$  แล้วทำการเปรียบเทียบกับส่วนของการเคลื่อนที่ของเมทริกซ์การแปลงตามสมการที่ (49)

$$c\Delta_1(c\Delta_2d_x - s\Delta_2d_y + a_0) = X_r \quad (50)$$

$$s\Delta_1(c\Delta_2d_x - s\Delta_2d_y + a_0) = Y_r \quad (51)$$

$$-s\Delta_2d_x - c\Delta_2d_y = Z_r \quad (52)$$

คำนวณหามุมข้อต่อที่ 1 ( $\theta_1$ ) โดยนำสมการที่ (51) หารสมการที่ (50)

$$\theta_1 = a \tan 2(Y_r, X_r) - \Delta\theta_1 \quad (53)$$

คำนวณหามุมของข้อต่อที่ 2 ( $\theta_2$ ) จากสมการที่ (53) จัดรูปใหม่ได้เป็น

$$c\Delta_2d_x - s\Delta_2d_y = \frac{Y_r}{s\Delta_1} - a_0 \quad (54)$$

$$s\Delta_2d_x + c\Delta_2d_y = -Z_r \quad (55)$$

แทนค่าคงที่ด้านขวามือของสมการที่ (54) และ (55) ด้วยค่าคงที่ A และ B ตามลำดับ

$$c\Delta_2d_x - s\Delta_2d_y = A \quad (56)$$

$$s\Delta_2d_x + c\Delta_2d_y = B \quad (57)$$

นำสมการที่ (56) และ (57) ยกกำลังสอง

$$c\Delta_2^2d_x^2 + s\Delta_2^2d_y^2 - 2s\Delta_2c\Delta_2d_xd_y = A^2 \quad (58)$$

$$s\Delta_2^2d_x^2 + c\Delta_2^2d_y^2 + 2s\Delta_2c\Delta_2d_xd_y = B^2 \quad (59)$$

นำสมการที่ (58) และ (59) มารวมกัน

$$d_x^2 + d_y^2 = A^2 + B^2 \quad (60)$$

เมื่อกำหนดค่า  $d_y$  ล่วงหน้าเพื่อให้วัตถุปรากฏอยู่ในระดับเดียวกับกล้อง จะสามารถคำนวณหาระยะ  $d_x$  ของข้อต่อเลื่อนสมมติจาก

$$d_x = \sqrt{A^2 + B^2 - d_y^2} \quad (61)$$

เมื่อทราบระยะ  $d_x$  แล้วสมการที่ (56) และ (57) สามารถเขียนในรูปแบบเมทริกซ์

$$\begin{bmatrix} d_x & -d_y \\ d_y & d_x \end{bmatrix} \begin{bmatrix} c\Delta_2 \\ s\Delta_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A \\ B \end{bmatrix} \quad (62)$$

ซึ่งสามารถหาคำตอบได้เป็น

$$\begin{bmatrix} c\Delta_2 \\ s\Delta_2 \end{bmatrix} = \frac{1}{d_x^2 + d_y^2} \begin{bmatrix} d_x & d_y \\ -d_y & d_x \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A \\ B \end{bmatrix} \quad (63)$$

และสามารถหาคำตอบ  $\theta_2$  ได้จาก

$$\theta_2 = a \tan 2(s\Delta_2, c\Delta_2) - \Delta\theta_2 \quad (64)$$

ผลการคำนวณค่ามุมข้อต่อ  $\theta_1$  และ  $\theta_2$  จะใช้เป็นคำสั่งสำหรับตัวควบคุมหุ่นยนต์เพื่อสั่งงานให้หุ่นยนต์เคลื่อนที่ติดตามวัตถุได้

## 8. ผลการทดลอง

อุปกรณ์และเครื่องมือที่ใช้ในการทดลอง ได้แก่

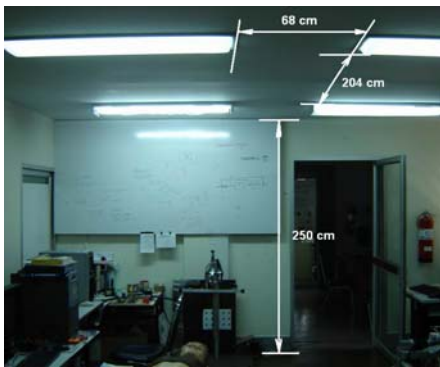
- คอมพิวเตอร์เวิร์กสเตชันยี่ห้อ HP รุ่น XW4200 ใช้หน่วยประมวลผลกลาง Pentium 4 ความเร็ว 3.40 GHz มีหน่วยความจำขนาด 1 GB
- กล้องวิดีโอโปรเกรสซีฟสแกนชนิดสีเทา ยี่ห้อ JAI รุ่น CV-A11 อัตราเฟรม 30 Hz ขนาดความละเอียด 648×492 จุดภาพ จำนวน 2 ชุด
- แผ่นวงจรจับภาพรุ่น PC2-Vision ของบริษัท Coreco Imaging Inc. พร้อมสายเคเบิล 1 ชุด
- แผ่นวงจรแปลงสัญญาณแอนะล็อกเป็นดิจิทัลและสัญญาณดิจิทัลเป็นแอนะล็อกยี่ห้อ Sensoray รุ่น 626 จำนวน 2 ชุด
- มอเตอร์ไฟฟ้ากระแสตรง ยี่ห้อ Faulhaber พร้อมเฟืองทดและอุปกรณ์วัดมุม จำนวน 2 ชุด
- ชุดขยายกระแสไฟฟ้าขั้วมอเตอร์กระแสตรง ยี่ห้อ Copley รุ่น 4122P
- โปรแกรม Visual C++ 6.0 ของบริษัท Microsoft Corporation
- ซอฟต์แวร์ OpenCV v5.0 beta ของบริษัท Intel Corporation

ผลการทดลองที่กล่าวถึงจะแบ่งเป็น 3 ส่วนหลัก ได้แก่ ผลการทดลองการสอบเทียบหุ่นยนต์และระบบกล้องสองตัวพร้อมกัน การทดลองการติดตามอนุภาคและการทดลองความผิดพลาดสัมพัทธ์แบบสถิติ ก่อนทำการสอบเทียบผู้วิจัยจะต้องทำการปรับระยะห่างและทิศทางระหว่างกล้องทั้งสอง รวมถึงโพกัสของเลนส์ให้อยู่ในตำแหน่งที่ได้ภาพกระดานสอบเทียบอย่างชัดเจน ซึ่งผู้วิจัยได้สร้างขึ้นโดยการพิมพ์ลายตารางหมากรุก จำนวน 8×12 ช่อง แต่ละตาเป็นรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสขนาด 20×20 มิลลิเมตรด้วยเครื่องพิมพ์เลเซอร์ มีลักษณะดังในรูปที่ 3(a) ผู้วิจัยได้สร้างโปรแกรมประยุกต์ซึ่งถูกออกแบบมาให้ผู้ใช้สามารถทำการสอบเทียบหุ่นยนต์และกล้องได้ง่ายและมีลำดับขั้นตอนที่แน่นอน เมื่อเข้าสู่โปรแกรมในส่วนของการสอบเทียบหุ่นยนต์และกล้อง ผู้ใช้จะต้องทำการปรับตำแหน่งข้อต่อของหุ่นยนต์ผ่านทางส่วนติดต่อผู้ใช้ เพื่อให้ภาพของกระดานสอบเทียบมีลักษณะตามที่โปรแกรมได้แสดงภาพตัวอย่างประกอบไว้ในแต่ละขั้นตอน โปรแกรมได้กำหนดให้มีการถ่ายภาพทั้งหมด 7

จังหวัดด้วยกัน โดย 4 จังหวัดแรกเป็นการเคลื่อนชุดกล้องและให้กระดานสอบเทียบอยู่กับที่และอีก 3 ขั้นตอนหลังให้ชุดกล้องอยู่กับที่แต่ให้มีการเคลื่อนที่กระดานสอบเทียบแทน ในแต่ละจังหวัดจะถ่ายภาพ และคำนวณหาตำแหน่งจุดควบคุมทั้งหมดบนภาพทั้งสอง รวมถึงบันทึกมุมข้อต่อของหุ่นยนต์ทั้งสองแกน เมื่อครบทั้ง 7 จังหวัดแล้ว โปรแกรมจะเริ่มทำการคำนวณค่าพารามิเตอร์ตามลำดับข้างต้น

ในการทดลองนี้จะใช้ค่าเริ่มต้นของพารามิเตอร์หุ่นยนต์สำหรับการหาค่าต่ำสุดไม่เชิงเส้นเป็น  $a_0 = 38.0$  มิลลิเมตร,  $\gamma = -\pi/2$  เรเดียน,  $\Delta\theta_1 = \Delta\theta_2 = 0.0$  เรเดียน โดยทำการวางกระดานสอบเทียบที่ระยะ 85 เซนติเมตรจากกล้องโดยประมาณ การสอบเทียบจะเป็นการคำนวณค่าพารามิเตอร์ของกล้องและหุ่นยนต์ที่มีความเหมาะสมกับข้อมูลที่วัดได้จากขั้นตอนการสอบเทียบทั้ง 7 จังหวัดมากที่สุด และจะทำทั้งหมด 8 ครั้ง

ผลการทดลองในส่วนที่สอง คือผลการทดลองการติดตามอนุภาค 3 มิติ โดยจะเป็นผลการคำนวณพิกัด 3 มิติที่ได้จากการติดตามเป้าหมายสังเคราะห์ โดยการทดลองทั้งหมดทำภายใต้แสงสว่างของห้องปกติซึ่งประกอบด้วยแสงจากหลอดฟลูออเรสเซนต์ 36 วัตต์ คู่ จำนวน 4 ชุดบนเพดานซึ่งสูงจากพื้น 250 เซนติเมตร ดังแสดงในรูปที่ 12



รูปที่ 12 สภาพแวดล้อมในการทดลอง

ค่าผิดพลาดที่จะพิจารณาในการทดลองนี้จะแบ่งเป็น 2 แบบ โดยแบบแรกคือค่าผิดพลาด 2 มิติซึ่งเป็นค่าผิดพลาดบนภาพดิจิทัล โดยจะเปรียบเทียบตำแหน่งลักษณะมุมบนภาพกระดานสอบเทียบที่ได้จากการวัดซึ่งมีลักษณะเป็นตาหมากรุก และจุดภาพที่ได้จากการคำนวณทางคณิตศาสตร์โดยอาศัยสมการการฉาย ประกอบกับพารามิเตอร์ของกล้อง จากตำแหน่งจุดควบคุมทั้ง 77 จุดของตาหมากรุกจะสามารถคำนวณหาผลรวมค่าผิดพลาด 2 มิติที่ได้จากการสอบเทียบทั้ง 7 จังหวัดได้

ค่าผิดพลาดแบบที่สองคือ ค่าผิดพลาด 3 มิติ โดยจะทำการเปรียบเทียบค่าพิกัด 3 มิติของจุดมุมบนกระดานสอบเทียบซึ่งทราบพิกัดที่แน่นอนจากการสร้าง ภายใต้ข้อสันนิษฐานที่ว่ากระดานสอบเทียบมีความเรียบมากทำให้ค่าพิกัด z ของจุดมุมบนกระดานสอบเทียบมีค่าเป็นศูนย์ และจุด 3 มิติที่ได้จากการคำนวณทางคณิตศาสตร์จากกล้องทั้งสอง ค่าผิดพลาดที่ได้จะเป็นค่าผิดพลาดสัมพันธ์กับกระดานสอบเทียบ

**8.1 ผลการทดลองการสอบเทียบหุ่นยนต์และระบบกล้องสองตัวพร้อมกัน**

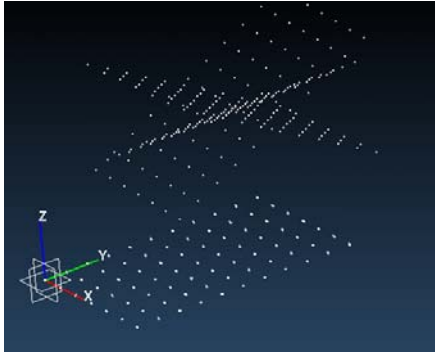
จะเป็นการทดลองเพื่อทำการหาพารามิเตอร์ภายในและภายนอกของกล้องรวมถึงหุ่นยนต์ โดยอาศัยข้อมูลจุดควบคุมบนกระดานสอบเทียบบนภาพถ่ายทั้ง 7 จังหวัด จากพารามิเตอร์ที่ได้ประกอบกับข้อมูลจุดควบคุมบนภาพ จะสามารถทำการฉายกลับเพื่อคำนวณหาพิกัด 3 มิติของจุดควบคุมบนกระดานสอบเทียบใน 4 จังหวัดแรกที่กระดานสอบเทียบอยู่กับที่ (เนื่องจากแกนอ้างอิงวัตถุบนกระดานสอบเทียบใน 4 จังหวัดแรกเป็นตำแหน่งเดียวกับแกนอ้างอิงโลก) ผลการทดลองแสดงในตารางที่ 2



รูปที่ 13 ภาพกระดานสอบเทียบที่ถ่ายได้ในการสอบเทียบจังหวัดที่ 1 ถึง 7 ตามลำดับพร้อมตำแหน่งจุดควบคุมที่วัดได้จากการสอบเทียบหุ่นยนต์และระบบกล้องสองตัวพร้อมกัน (ครั้งที่ 1)

ตารางที่ 2 ผลการสอบเทียบหุ่นยนต์และระบบกล้องสองตัวพร้อมกันที่กระทำทั้ง 8 ครั้ง

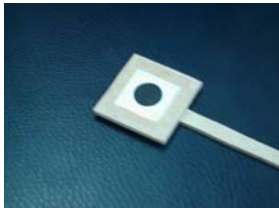
ครั้งที่	ค่าผิดพลาด 3 มิติสูงสุด (มิลลิเมตร)	ค่าผิดพลาด 3 มิติเฉลี่ย (มิลลิเมตร)
1	0.983	0.531
2	0.978	0.415
3	0.902	0.436
4	0.659	0.264
5	0.658	0.238
6	0.746	0.379
7	0.851	0.420



รูปที่ 14 ผลลัพธ์จากการคำนวณค่าพิกัด 3 มิติในการสอบเทียบหุ่นยนต์ และระบบกล้องสองตัวพร้อมกัน (ครั้งที่ 1)

### 8.2 ผลการทดลองการติดตามอนุภาค

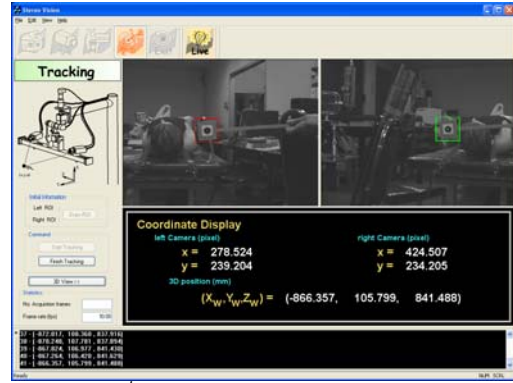
เนื่องจากอัตราเฟรมสูงสุดของกล้องที่ใช้ในวิจัยนี้มีค่าประมาณ 30 Hz หมายความว่าจำเป็นต้องใช้เวลาในการได้ข้อมูลภาพ 33.33 มิลลิวินาที เมื่อรวมกับเวลาในการประมวลผลภาพจะทำให้อัตราการติดตามที่เป็นไปได้มีค่าน้อยกว่า 30 Hz สมมติว่าต้องการอัตราการติดตาม 10 Hz ตามแผนภาพในรูปที่ 10 งานที่ต้องทำในวงรอบนอกจะต้องเสร็จภายในเวลา 100 มิลลิวินาที ซึ่งจะเหลือเวลาในการประมวลผลภาพ แสดงผลภาพและคำนวณต่าง ๆ ประมาณ 66.67 มิลลิวินาที แนวทางหนึ่งในการเพิ่มอัตราการติดตามคือการลดเวลาประมวลผลภาพซึ่งเป็นส่วนที่ใช้เวลามากที่สุด เพื่อให้ได้อัตราการติดตามที่มากพอ การคำนวณตำแหน่งอนุภาคบนภาพจะต้องใช้เวลาในการประมวลผลน้อย และเนื่องจากผู้วิจัยต้องการให้ระบบสามารถทำการติดตามอนุภาคได้แม้เคลื่อนที่ในสภาวะแวดล้อมที่ไม่ได้จัดไว้ล่วงหน้า ซึ่งจะเกิดปัญหาในเรื่องการประมวลผลภาพที่ต้องรับมือกับการเปลี่ยนแปลงของฉากหลัง ผู้วิจัยจึงเลือกใช้เป้าหมายที่มีลักษณะเป็นรูปวงกลมดังในรูปที่ 15 เพราะสามารถประมวลผลภาพได้ง่ายและโดยทั่วไปไม่มีความเป็นเอกลักษณ์เมื่อเทียบกับฉากหลัง จากการทดลองเขียนโปรแกรมทดสอบ ระบบสามารถทำงานที่อัตราการติดตาม 10 Hz โดยเลือกใช้อัตราการสุ่มของวงรอบการควบคุมที่ 200 Hz



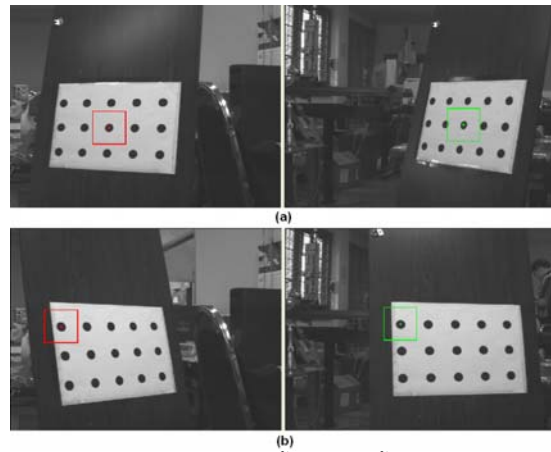
รูปที่ 15 ลักษณะของเป้าหมายที่ใช้ในการติดตามอนุภาค มีลักษณะเป็นรูปวงกลมขนาดเส้นผ่านศูนย์กลาง 20 มิลลิเมตร

### 8.3 ผลการทดลองความผิดพลาดสัมพัทธ์แบบสถิติ

เพื่อทดสอบความผิดพลาดสัมพัทธ์แบบสถิติบนบริเวณที่ทำการสอบเทียบกล้องและหุ่นยนต์ ผู้วิจัยได้สร้างเป้าหมายสังเคราะห์โดยการพิมพ์รูปวงกลมขนาดเดียวกับเป้าหมายในรูปที่ 15 เป็นวงกลมขนาดเส้นผ่านศูนย์กลาง 20 มิลลิเมตร จำนวน 3x5 รูป พิมพ์บนกระดาษขนาด A4 ด้วยเครื่องพิมพ์เลเซอร์ โดยกำหนดให้จุดศูนย์กลางของแต่ละวงกลมที่ใกล้กันที่สุดห่างกัน 60 มิลลิเมตร แล้วนำมาติดบนกระดาษเรียงดังแสดงในรูปที่ 17



รูปที่ 16 การทดลองทำการติดตามอนุภาค



สังเคราะห์ (a) ครั้งที่ 1 (b) ครั้งที่ 2

รูปที่ 17 การทดลองทำการติดตามอนุภาคโดยใช้กระดาษเป้าหมาย

หลังจากนั้นวางกระดาษเป้าหมายสังเคราะห์นี้ให้ปรากฏบนภาพทั้งสองกล้อง แล้วทำการเปิดโปรแกรมประยุกต์เพื่อเข้าสู่ส่วนของการติดตามเพื่อทำการคำนวณพิกัด 3 มิติของจุดศูนย์กลางของแต่ละรูปวงกลม เนื่องจากบนกระดาษมีเป้าหมายจำนวนมาก ถ้าหากให้โปรแกรมทำการค้นหาเองจะเกิดความผิดพลาดในการค้นหา ดังนั้นจึงต้องกำหนดหน้าต่างค้นหาเริ่มต้นบนภาพทั้งสองก่อนโดยล้อมรอบเป้าหมายที่ละตำแหน่ง แล้วทำการบันทึกผลการคำนวณพิกัด 3 มิติจนครบทั้ง 15 จุด ผู้วิจัยได้เปลี่ยนตำแหน่งของกระดาษเป้าหมายสังเคราะห์รวม 2 ตำแหน่ง แล้วคำนวณหาระยะทางยูคลิดีเนียน (Euclidean distance) ระหว่างรูปวงกลมสองรูปที่ใกล้กันที่สุดซึ่งมีทั้งหมด 22 คู่ ระยะทางยูคลิดีเนียนที่ได้ควรจะมีค่าเท่ากับ 60 มิลลิเมตร ผลการวัดและคำนวณได้แสดงไว้ในตารางที่ 3 และ 4

ตารางที่ 3 ผลการคำนวณพิกัด 3 มิติของจุดศูนย์กลางของรูปวงกลมทั้ง 15 รูป บนกระดาษเป้าหมายสังเคราะห์ ตำแหน่งที่ 1 และตำแหน่งที่ 2

จุดที่	กระดาษเป้าหมายสังเคราะห์					
	ตำแหน่งที่ 1			ตำแหน่งที่ 2		
	X	Y	Z	X	Y	Z
1	-1054.641	-8.026	849.079	-858.581	-24.364	844.760
2	-1023.868	43.084	847.755	-888.815	27.906	844.651
3	-992.298	94.696	846.646	-916.274	80.733	844.945
4	-961.607	146.127	845.786	-945.342	133.489	845.052
5	-930.689	197.780	844.894	-973.526	186.420	845.187
6	-1044.520	-15.536	789.653	-849.169	-18.887	785.489
7	-1012.343	35.467	789.008	-877.319	33.786	785.748
8	-981.057	87.003	788.100	-905.861	86.539	785.880
9	-951.159	138.326	787.181	-934.817	139.605	785.760
10	-920.090	189.826	785.848	-962.888	191.969	785.952
11	-1032.181	-22.800	731.349	-839.644	-13.083	726.233
12	-1001.595	27.841	730.312	-867.706	39.499	726.680
13	-971.824	79.117	729.285	-896.125	92.173	726.960
14	-940.425	130.688	728.240	-923.775	144.950	727.151
15	-910.193	181.800	727.412	-951.721	197.233	727.168

ตารางที่ 4 ผลการคำนวณระยะทางยูคลิดีียนระหว่างจุดศูนย์กลางของ  
รูปร่างกลมสองรูปที่ใกล้กันที่สุด

จุดต้น	จุดปลาย	ระยะทางยูคลิดีียน (มิลลิเมตร)		ค่าผิดพลาด (มิลลิเมตร)	
		ตำแหน่งที่ 1	ตำแหน่งที่ 2	ตำแหน่งที่ 1	ตำแหน่งที่ 2
1	2	59.674	60.384	0.326	0.384
2	3	60.512	59.538	0.512	0.462
3	4	59.899	60.234	0.102	0.234
4	5	60.206	59.967	0.206	0.033
6	7	60.308	59.724	0.308	0.276
7	8	60.296	59.980	0.296	0.020
8	9	59.404	60.452	0.596	0.452
9	10	60.161	59.414	0.161	0.586
11	12	59.170	59.603	0.830	0.397
12	13	59.301	59.852	0.699	0.148
13	14	60.387	59.582	0.387	0.418
14	15	59.389	59.283	0.611	0.717
1	6	60.748	60.263	0.748	0.263
2	7	60.349	60.302	0.349	0.302
3	8	60.110	60.256	0.110	0.256
4	9	60.038	60.529	0.038	0.529
5	10	60.515	60.438	0.515	0.438
6	11	60.036	60.297	0.036	0.297
7	12	60.157	60.117	0.157	0.117
8	13	60.055	59.984	0.055	0.016
9	14	60.395	59.879	0.395	0.121
10	15	59.809	60.066	0.191	0.066
		ค่าผิดพลาดเฉลี่ย		0.347	0.297
		ค่าผิดพลาดสูงสุด		0.830	0.717

### 9. บทสรุป

การทดลองการสอบเทียบหุ่นยนต์และกล้องพร้อมกันได้ผลการคำนวณหาพิกัด 3 มิติแสดงผลแบบกราฟิกในรูปที่ 14 จะเห็นว่าตำแหน่งของกระดานสอบเทียบใน 4 จังหวะแรกเกือบจะทับกันสนิท เนื่องจากการสอบเทียบ 4 จังหวะแรกไม่ได้ทำการเคลื่อนย้ายกระดานสอบเทียบ ส่วนกลุ่มของจุดที่ลอยอยู่ด้านบนคือตำแหน่งจุดมุมบนกระดานสอบเทียบในจังหวะที่ 5, 6 และ 7 และเมื่อพิจารณาข้อมูลตัวเลขจากการทดลองสอบเทียบ 7 ครั้งดังแสดงในตารางที่ 2 ได้ค่าผิดพลาด 3 มิติสูงสุดได้ 0.983 มิลลิเมตร และค่าผิดพลาดเฉลี่ย 0.531 มิลลิเมตร หมายเหตุค่าผิดพลาด 3 มิติที่กล่าวถึงทั้งหมดเป็นค่าผิดพลาดที่สัมพันธ์กับกระดานสอบเทียบโดยสันนิษฐานว่ากระดานสอบเทียบมีความถูกต้อง

สำหรับในส่วนของการติดตามสามารถทำอัตราการติดตามได้ 10 Hz และผลการทดสอบค่าผิดพลาดสถิตในการใช้กระดานเป้าหมายสังเคราะห์แสดงในตารางที่ 3 และ 4 ให้ค่าผิดพลาดสูงสุดมีค่า 0.830 และ 0.717 มิลลิเมตรตามลำดับโดยทำการวัดในช่วงระยะประมาณ 0.85 -1.00 เมตร การทดลองนี้เป็นารทดสอบความถูกต้องในการคำนวณหาพิกัด 3 มิติ นอกเหนือจากบริเวณที่ทำการสอบเทียบ จากผลการทดลองทั้งหมดจะสรุปได้ว่าระบบหุ่นยนต์และกล้องสองตัวนี้มีค่าผิดพลาดในการหาพิกัด 3 มิติของอนุภาคสูงสุดประมาณ 1 มิลลิเมตร ภายใต้อุปกรณ์แวดล้อมในห้องที่มีการให้แสงสว่างของหลอดฟลูออเรสเซนต์ดังแสดงในรูปที่ 12 โดยทำการวัดในช่วงระยะ 0.85 ถึง 1.00 เมตร และสามารถทำการติดตามอนุภาคดังแสดงในรูปที่ 15 ได้ด้วยอัตราการติดตาม 10 Hz

### 10. เอกสารอ้างอิง

- [1] Trucco, E., and Verri, A. Introductory Techniques for 3-D computer vision (n.p.) : Prentice Hall, 1998.
- [2] Gonzalez, R.C., and Woods, R.E. Digital Image Processing (n.p.): Addison-Wesley, 1992.
- [3] Forsyth, D.A., Ponce, J. Computer Vision: A Modern Approach (n.p.): Prentice Hall, 2003.
- [4] Zhang, Z. A Flexible New Technique for Camera Calibration. IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence, 22,11 (n.d.): 1330-1334.
- [5] Hartley, R., and Zisserman, A. Multiple View Geometry in computer vision. Second edition : Cambridge University Press, 2003.
- [6] Tsai, R.Y. A Versatile Camera Calibration Technique for High-Accuracy 3D Machine Vision Metrology using off-the-shelf TV Cameras and Lenses. IEEE Journal of Robotics and Automation, 3, 4 (August 1987) : 323-344.
- [7] Craig, J.J. Introduction to Robotics Mechanics and Control. Third edition. USA : Pearson Prentice Hall, 2005.
- [8] Shiu, Y.C., and Ahmad, S., Calibration of Wrist-Mount Robotics Sensors by Solving Homogeneous Transform Equations of the Form

- AX =XB. IEEE Transactions on Robotics and Automation, 5, 1 (February 1989) : 16-29.
- [9] Tsai, R.Y., and Lenz, R.K. A New Technique for Fully Autonomous and Efficient 3D Robotics Hand/Eye Calibration. IEEE Transactions on Robotics and Automation, 5, 3 (June 1989) : 345-358.
- [10] Daniilidis, K. Hand-Eye Calibration Using Dual Quaternions. International Journal Robotics Research, 18 (1999) : 286-298.
- [11] Cuevas, E., Zaldivar, D., and Rojas, R. Kalman filter for vision tracking [Online]. (n.d.) Available from: <http://page.mi.fu-berlin.de/~zaldivar/files/tr-b-05-12.pdf> [2005, January 14]
- [12] วิบูลย์ แสงวีระพันธุ์ศิริ การควบคุมระบบพลศาสตร์ พิมพ์ครั้งที่ 2. กรุงเทพมหานคร : สำนักพิมพ์จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย, 2548.
- [13] รัชทิน จันทรเจริญ.การควบคุมแขนกลแบบผสมระหว่างภาพและแรง. วิทยานิพนธ์ปริญญาตรีบัณฑิต ภาควิศวกรรมเครื่องกล คณะวิศวกรรมศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย, 2542.
- [14] Rousseau, P., Desrochers, A., and Krouglicof, N. Machine Vision System for the Automatic Identification of Robot Kinematic Parameters. IEEE Transactions on Robotics and Automation, 17, 6 (December 2001) : 972-978.
- [15] Ravi, K., and Basu, A. An Active Technique for Piecewise Calibration of Robot Manipulators. Proceedings of the 1995 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and System : 501-506.
- [16] Jain, R., Kasturi, R., and Schunck B.G. Machine Vision. Singapore : McGRAW-HILL, 1995.
- [17] Intel Corporation. Open Source Computer Vision Library (Reference Manual) : December 2001
- [18] Baker, H. Computer Graphics with OpenGL. Third Edition. USA : Pearson Prentice Hall, 2004.
- [19] Glosch, B.K., Xi, N., Tarn, and T.J. Control in Robotics and Automation Sensor-Based Integration. Series in Engineering. : Academic Press, 1999.