

ระบบติดตามอนุภาคใน 3 มิติโดยใช้ภาพสเตอริโอ A 3D Particle Tracking System Using Stereo Vision

วิบูลย์ แสงวีระพันธุ์ศิริ* กรรรมันต์ ชูประเสริฐ**

*ภาควิชาวิศวกรรมเครื่องกล คณะวิศวกรรมศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
ถนนพญาไท เขตปทุมวัน กรุงเทพฯ 10330

E-mail: viboon.s@eng.chula.ac.th

**ภาควิชาวิศวกรรมเครื่องกล คณะวิศวกรรมศาสตร์ มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์
50 ถนนพหลโยธิน แขวงลาดยาว เขตจตุจักร กรุงเทพฯ 10900

บทคัดย่อ

งานวิจัยนี้เป็นการพัฒนาระบบติดตามอนุภาคใน 3 มิติโดยใช้ภาพสเตอริโอ โดยทำการติดตั้งกล้องวีดีโอชนิดสีเทออัตราเฟรม 30 Hz บนปลายแขนของหุ่นยนต์สองแกนซึ่งขับเคลื่อนด้วยมอเตอร์ไฟฟ้ากระแสตรง เพื่อทำการติดตามวัตถุที่ได้ออกแบบไว้ล่วงหน้า โดยเป็นการจำลองการมองเห็นของมนุษย์ที่สามารถรับรู้ถึงข้อมูล 3 มิติของวัตถุที่เห็น งานวิจัยนี้จะกล่าวถึงการสอบเทียบกล้องและหุ่นยนต์พร้อมกันโดยการวิเคราะห์ทางทฤษฎีร่วมกับการทำการหาค่าต่ำสุดแบบไม่เชิงเส้นของฟังก์ชันผลรวมค่าผิดพลาด 2 มิติและ 3 มิติ เพื่อให้ได้ค่าพารามิเตอร์ของกล้องและหุ่นยนต์ที่เหมาะสมที่สุด เมื่อประกอบกับข้อมูลภาพที่ได้จากกล้องทั้งสอง จะสามารถคำนวณหาตำแหน่ง 3 มิติของอนุภาคบนวัตถุได้ จากข้อมูล 3 มิตินี้สามารถแปลงเป็นคำสั่งสำหรับควบคุมแขนหุ่นยนต์เพื่อติดตามวัตถุที่กำลังเคลื่อนที่ได้ ค่าผิดพลาดเฉลี่ยในการระบุตำแหน่ง 3 มิติของอนุภาคจากการทดลองเท่ากับ 0.53 มิลลิเมตร และมีค่าสูงสุดประมาณ 1 มิลลิเมตร ที่ระยะทางประมาณ 1 เมตรจากกล้อง ภายใต้สมมติฐานว่าวัตถุสอบเทียบที่สร้างขึ้นมีความถูกต้องและระบบสามารถทำอัตราติดตามอนุภาคได้ที่ 10 Hz.

คำหลัก:

Abstract

This work is the development of a 3D particle tracking system using stereo vision. Two high speed cameras, with 30 Hz frame rate, are mounted on a 2-DOF robot arm. Each axis of the robot arm is actuated by a DC servo motor. The stereo vision system developed is similar to the human vision system. From camera parameters and visual image data, the 3-D coordinate of a target particle can be obtained and converted to be the feedback control parameters of the robot arm for tracking the moving target. This thesis covers the stereo vision theory, image processing, camera model, and calibration technique for a single camera and a two-camera system. The total calibration, including both the robot arm and cameras, is also

included. Using non-linear optimization technique to minimize the total error in 2D and 3D, the suitable camera parameters can be obtained.

The maximum error in 3D, obtained from the calibration of the two-camera only, is approximate 0.24 mm. for approximating 1 meter measuring distance. This is suitable for 3D scanning application. For the total system calibration, two-camera mounting on a robot arm, the maximum error is approximately 0.53 mm. The maximum error of both cases, 2D and 3D, are approximately, within the same accuracy, which is about 1 mm. The maximum frequency for tracking is limited to 10 Hz.

Keywords: Stereo Vision, Tracking, 3D

1. บทนำ

หุ่นยนต์อุตสาหกรรมมีบทบาทในอุตสาหกรรมการผลิตค่อนข้างมาก และส่วนมากหุ่นยนต์ที่ใช้ในงานอุตสาหกรรมก็จะเป็นหุ่นยนต์ที่มีการโปรแกรมให้ทำงานตามขั้นตอนที่กำหนด เช่นการวิธีการสอนงาน และให้ทำงานตาม ซึ่งค่อนข้างจะมีข้อจำกัดในการสั่งงาน ปัจจุบันได้มีการพัฒนางานวิจัยต่าง ๆ อย่างกว้างขวางเพื่อให้หุ่นยนต์มีความฉลาดขึ้น เพิ่มความสามารถและประสิทธิภาพในการทำงาน เช่นมีอุปกรณ์รับรู้แรง (force sensor), อุปกรณ์รับรู้คลื่นแสงความถี่สูง (ultrasonic sensor), กล้องวิดีโอ เป็นต้น สำหรับกรณีของกล้องวิดีโอ ในระยะเริ่มแรกจะเป็นการใช้งานกล้องตัวเดียวก่อน ภาพที่ได้จะถูกนำมาประมวลผลเพื่อหาตำแหน่งของปลายแขนเทียบกับวัตถุเป้าหมาย โดยทั่วไปข้อมูลที่ได้จากกล้องตัวเดียวนั้นจะเป็นข้อมูลสองมิติ นอกเสียจากจะใช้เทคนิคเพิ่มเติมมาช่วยเช่น การเปรียบเทียบกับวัตถุที่รู้ขนาดในภาพ หรือถ่ายภาพวัตถุจากสองตำแหน่ง ซึ่งทำให้หุ่นยนต์สามารถรับรู้ข้อมูลแบบสามมิติได้ ต่อมาจึงได้พัฒนามาเป็นการนำกล้อง 2 ตัวมาติดที่ปลายแขนของหุ่นยนต์ โดยเลียนแบบการมองเห็นของมนุษย์ การที่มนุษย์มีดวงตา 2 ดวงทำให้สามารถรับรู้ระยะความใกล้ไกลของวัตถุใน 3 มิติได้ เนื่องจากภาพที่เห็นจากดวงตาแต่ละข้างไม่เหมือนกันแต่จะเหลื่อมกัน ภาพของวัตถุใกล้ที่ปรากฏบนดวงตาทองสองจะมีความเหลื่อมกันมากกว่ากรณีที่วัตถุที่อยู่ไกล การใช้กล้องสองตัวจะทำให้หุ่นยนต์มีความสามารถที่จะรับรู้ลักษณะ 3 มิติของ

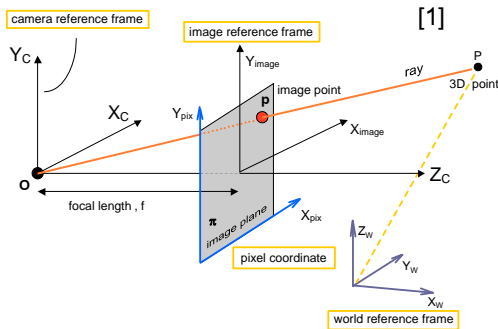
สิ่งแวดล้อมได้ และสามารถรับมือต่อการเปลี่ยนแปลงของสิ่งแวดล้อมได้ทันที นอกจากนี้ยังมีการประยุกต์ใช้งานระบบกล้องสองตัวในลักษณะคล้าย ๆ กัน เช่น เครื่องสแกนเนอร์ 3 มิติโดยใช้ระบบแอคทีฟสเตอริโอ (active stereo) ที่ใช้ในงานวิศวกรรมย้อนกลับ เป็นต้น งานวิจัยนี้เป็นงานที่มีการพัฒนาระบบติดตามอนุภาคใน 3 มิติโดยใช้ภาพสเตอริโอ โดยเป็นการพัฒนาทั้งหมดใหม่ เพื่อหวังเป็นรากฐานของการพัฒนาระบบในลักษณะนี้ และเพื่อต้องการให้งานวิจัยนี้เป็นประโยชน์แก่ผู้ที่ต้องการจะพัฒนาต่อไป โดยไม่ต้องเริ่มจากศูนย์ใหม่ และสามารถนำวิธีการต่าง ๆ เหล่านี้ไปใช้งานได้จริง

2. แบบจำลองของกล้อง

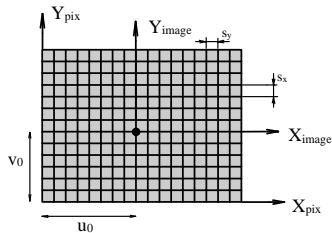
แบบจำลองของกล้องที่ใช้ทั่วไปจะเป็นแบบจำลองกล้องรูเข็มโดยประกอบด้วยจุดศูนย์กลางการฉาย O (center of projection) หรือเรียกอีกชื่อว่าจุดศูนย์กลางกล้อง (camera center), ระนาบรับภาพ (image plane) และจุดพิกัดใน 3 มิติ (จุด P) และภาพของจุด P (จุด p) ดังแสดงในรูปที่ (1) สมการที่แสดงความสัมพันธ์ระหว่างจุดใน 3 มิติและจุดภาพที่เกิดจากจุด 3 มิตินั้นจะเรียกว่า “สมการการฉาย” โดยพิกัดที่เกี่ยวข้องจะถูกเขียนแสดงในลักษณะของพิกัดเอกพันธ์ (homogeneous coordinate) ดังแสดงในสมการ (1) และ (2)

$$\lambda x = PX \quad (1)$$

$$\lambda \begin{bmatrix} x_{pix} \\ y_{pix} \\ 1 \end{bmatrix} = K [R \ t] \begin{bmatrix} X_w \\ Y_w \\ Z_w \\ 1 \end{bmatrix} \quad (2)$$



รูปที่ 1 แบบจำลองกล้องรูเข็มและแกนอ้างอิงที่เกี่ยวข้อง



รูปที่ 2 ความสัมพันธ์ระหว่างแกนอ้างอิงภาพและแกนอ้างอิงจุดภาพ

โดยที่

λ คือค่าคงที่ไม่เจาะจง โดยแสดงถึงการที่กล้องจะลดมิติของข้อมูลลงจาก 3 มิติเป็น 2 มิติ โดยกลุ่มของจุดใน 3 มิติที่อยู่บนเส้นตรงเดียวกันและผ่านจุดศูนย์กลางการฉาย เมื่อผ่านการฉายจะปรากฏเป็นจุดภาพเดียวกัน กลุ่มของจุดใน 3 มิติเหล่านี้เมื่อแสดงบนแกนอ้างอิงกล้อง จะมีค่าพิกัดเป็นสัดส่วนกันซึ่งแสดงด้วยค่า λ นี้

x คือเวกเตอร์ที่แสดงถึงจุดวัตถุเขียนแสดงในแกนอ้างอิงโลกแบบพิกัดเอกพันธ์

P เรียกว่าเมทริกซ์กล้อง (camera matrix) เป็นเมทริกซ์ขนาด 3×4

K เรียกว่าเมทริกซ์การสอบเทียบกล้อง (camera calibration matrix) เป็นเมทริกซ์ขนาด 3×3 ที่มี

ความสัมพันธ์โดยตรงกับพารามิเตอร์ภายในทั้ง 5 ตัวของกล้อง โดยที่

$$K = \begin{bmatrix} \alpha & s & u_0 \\ 0 & \beta & v_0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

α, β คือ ค่าคงที่ที่เกี่ยวข้องกับคุณสมบัติของเลนส์และความละเอียดของอุปกรณ์รับภาพ

u_0, v_0 คือ ตำแหน่งจุดศูนย์กลางของภาพซึ่งคือจุดกำเนิดของแกนอ้างอิงภาพ และเป็นจุดตัดของแกนमुखสำคัญของเลนส์ (optical axis) กับระนาบรับภาพ

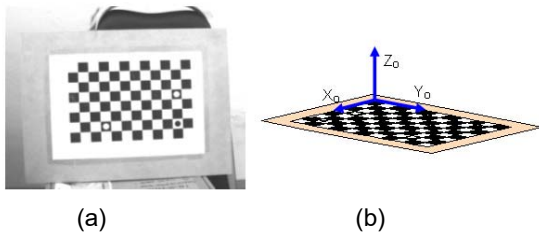
s คือ ค่าความเบี่ยง ซึ่งแสดงถึงความเบี่ยงเบนอันเนื่องมาจากการที่แกนमुखสำคัญของเลนส์ไม่ตั้งฉากกับระนาบรับภาพของกล้อง

$[R|t]$ คือเมทริกซ์พารามิเตอร์ภายนอก มีขนาด 3×4 โดยแบ่งเป็นส่วนของการหมุนและส่วนของการเลื่อนที่ ซึ่งมีองศาอิสระเท่ากับ 6 (องศาอิสระการเลื่อนเท่ากับ 3 และองศาอิสระการหมุนเท่ากับ 3) เมทริกซ์กล้อง จะมีองศาอิสระรวม 11 จะสอดคล้องกับการที่เมทริกซ์กล้องมีสมาชิก 12 ตัวซึ่งมีค่าขึ้นอยู่กับสเกล (up to scale) ดังนั้นองศาอิสระจะเหลือเพียง 11 เท่านั้น

3. การสอบเทียบกล้อง

การสอบเทียบกล้องเป็นขั้นตอนที่จำเป็นและมีความสำคัญในการนำกล้องไปใช้งานที่เกี่ยวกับการวัด เป็นการหาค่าพารามิเตอร์ภายในและภายนอกของกล้อง งานวิจัยนี้จะใช้วัตถุสอบเทียบชนิด 2 มิติที่มีลักษณะเป็นตารางหมากรุกดังแสดงในรูปที่ 3(a) สามารถสร้างขึ้นโดยใช้โปรแกรมประยุกต์สำหรับการจัดการรูปภาพและพิมพ์โดยใช้เครื่องพิมพ์เลเซอร์ที่มีความละเอียดสูง จุดที่ใช้เป็นจุดควบคุมคือจุดมุมของตารางหมากรุก จากภาพของกระดานสอบเทียบจะสามารถหาตำแหน่งจุดควบคุมได้โดยวิธีการประมวลผลภาพ เช่น ตัวตรวจจับมุมของซูซาน (Susan corner detector) หรือตัวตรวจจับมุมของแฮร์ริส (Harris corner detector) ซึ่งจะสามารถหาตำแหน่งลักษณะมุมด้วยความถูกต้องระดับซับพิกเซล (subpixel accuracy) จากภาพถ่ายกระดานสอบเทียบที่ได้จากหลายมุมมอง

จะสามารถประมาณค่าพารามิเตอร์ภายในและภายนอกของกล้องได้



รูปที่ 3 (a) กระจกทดสอบเทียบ (b) แกนอ้างอิงวัตถุทดสอบเทียบ

ถ้ากำหนดให้ระนาบของกระจกทดสอบเทียบเป็นระนาบ XY ของแกนอ้างอิงวัตถุทดสอบเทียบดังแสดงในรูป 3(b) ดังนั้นจุดทุกจุดบนระนาบของกระจกทดสอบเทียบจะมีค่าพิกัดแสดงบนแกนอ้างอิงวัตถุทดสอบเทียบเป็น $m = [X_0 \ Y_0 \ 0]^T$ และกำหนดให้ภาพของจุด M ที่ถูกฉายโดยกล้อง เป็น $m = [u \ v]^T$ บนแกนอ้างอิงจุดภาพ ดังนั้นจุด M และ m เมื่อเขียนในพิกัดเอกพินิจ์จะได้เป็น $\tilde{M} = [X_0 \ Y_0 \ 0 \ 1]^T$ และ $\tilde{m} = [u \ v \ 1]^T$ ตามลำดับ และให้ r_i เป็นสดมภ์ที่ i ของเมทริกซ์การหมุน R จากสมการการฉาย (2) จะได้

$$\lambda \begin{bmatrix} u \\ v \\ 1 \end{bmatrix} = K \begin{bmatrix} r_1 & r_2 & r_3 & t \\ X_0 \\ Y_0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$\lambda \begin{bmatrix} u \\ v \\ 1 \end{bmatrix} = K \begin{bmatrix} r_1 & r_2 & t \\ X_0 \\ Y_0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

และกำหนดให้เมทริกซ์จัตุรัส

$$H = K \begin{bmatrix} r_1 & r_2 & t \end{bmatrix} \quad (3)$$

เรียกว่า โฮโมกราฟี (homography) จะได้

$$\lambda \begin{bmatrix} u \\ v \\ 1 \end{bmatrix} = H \begin{bmatrix} X_0 \\ Y_0 \\ 1 \end{bmatrix} \quad (4)$$

เนื่องจากสมาชิกทุกตัวของ H ไม่ได้เป็นอิสระจากกันทั้งหมด เพราะมีค่าขึ้นอยู่กับสเกล ดังนั้น H จะมีองศาอิสระเท่ากับ 8 เมื่อมีข้อมูลจุดควบคุมบนกระจกทดสอบเทียบและภาพของจุดควบคุมนั้นมากพอ ก็จะสามารถ

คำนวณหา H ได้ จากสมการที่ (4) จะสามารถเขียนแทนด้วย

$$\lambda \tilde{m} = H \tilde{M}' \quad (5)$$

จากสมการที่ (5) สามารถมองได้ว่า \tilde{m} และ $H \tilde{M}'$ เป็นเวกเตอร์ที่ขนานกัน เพื่อกำจัดค่าคงที่ λ จะใช้คุณสมบัติผลคูณเชิงเวกเตอร์

$$\tilde{m} \times H \tilde{M}' = 0 \quad (6)$$

เมื่อกำหนดให้ H^{iT} คือ เวกเตอร์ย่อยแถวที่ i ของเมทริกซ์ H ทำให้ได้

$$\begin{bmatrix} u \\ v \\ 1 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} H^{1T} \tilde{M}' \\ H^{2T} \tilde{M}' \\ H^{3T} \tilde{M}' \end{bmatrix} = 0 \quad (7)$$

จากสมการที่ (7) จัดรูปใหม่จะได้เป็น

$$\begin{bmatrix} 0^T & -\tilde{M}'^T & v \tilde{M}'^T \\ \tilde{M}'^T & 0^T & -u \tilde{M}'^T \\ -v \tilde{M}'^T & u \tilde{M}'^T & 0^T \end{bmatrix} \begin{bmatrix} H^1 \\ H^2 \\ H^3 \end{bmatrix} = 0 \quad (8)$$

ตามสมการที่ (8) คู่จุด 1 คู่จะก่อให้เกิดสมการ 3 สมการ แต่มีเพียง 2 สมการเท่านั้นที่เป็นอิสระเชิงเส้นแก่กัน ในที่นี้จะเลือกใช้ 2 สมการแรก

$$\begin{bmatrix} 0^T & -\tilde{M}'^T & v \tilde{M}'^T \\ \tilde{M}'^T & 0^T & -u \tilde{M}'^T \end{bmatrix} \begin{bmatrix} H^1 \\ H^2 \\ H^3 \end{bmatrix} = 0 \quad (9)$$

และถ้ามีคู่จุด n คู่จะก่อให้เกิดระบบสมการ

$$\begin{bmatrix} 0^T & -\tilde{M}'_1{}^T & v_1 \tilde{M}'_1{}^T \\ \tilde{M}'_1{}^T & 0^T & -u_1 \tilde{M}'_1{}^T \\ \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots \\ 0^T & -\tilde{M}'_n{}^T & v_n \tilde{M}'_n{}^T \\ \tilde{M}'_n{}^T & 0^T & -u_n \tilde{M}'_n{}^T \end{bmatrix} \begin{bmatrix} H^1 \\ H^2 \\ H^3 \end{bmatrix} = 0$$

$$A h = 0 \quad (10)$$

โดยที่ A เป็นเมทริกซ์ขนาด $2n \times 9$

เนื่องจากโฮโมกราฟีมีองศาอิสระเท่ากับ 8 เพราะว่ามีค่าขึ้นอยู่กับสเกล ในกรณี $n > 5$ ค่าตอบ h ที่ได้จะไม่เป็นคำตอบแม่นยำ (exact solution) คำตอบของสมการที่ (10) นี้จะเป็นคำตอบค่าผิดพลาดกำลังสองน้อยสุด ที่ทำให้ค่า $\|Ah\|$ มีค่าน้อยที่สุดภายใต้เงื่อนไขบังคับ $\|h\| = 1$ คำตอบของ

ระบบสมการนี้จะตรงกับเวกเตอร์ซิงกูลาร์ที่ตรงกับค่าซิงกูลาร์ที่น้อยที่สุดของเมทริกซ์ A การหาคำตอบของระบบสมการในลักษณะจะได้พบอีกหลายครั้งในบทความนี้ เมื่อคำนวณคำตอบ h แล้ว สมมติว่าโฮโมกราฟีสามารถเขียนได้ในรูปแบบ

$$H = [h_1 \quad h_2 \quad h_3] = \begin{bmatrix} h_{11} & h_{21} & h_{31} \\ h_{12} & h_{22} & h_{32} \\ h_{13} & h_{23} & h_{33} \end{bmatrix} \quad (11)$$

จากสมการที่ (3) จะได้ความสัมพันธ์ระหว่างโฮโมกราฟีและพารามิเตอร์ของกล้องเป็น

$$[h_1 \quad h_2 \quad h_3] = \lambda K [r_1 \quad r_2 \quad t] \quad (12)$$

จากคุณสมบัติที่เมทริกซ์การหมุน R เป็นเมทริกซ์ออร์โธนอร์มัล จะได้ว่า r_1 และ r_2 ตั้งฉากกันและต่างก็มีขนาด 1 หน่วย ทำให้ได้เงื่อนไขบังคับ

$$h_1^T K^{-T} K^{-1} h_2 = 0 \quad (13)$$

$$h_1^T K^{-T} K^{-1} h_1 = h_2^T K^{-T} K^{-1} h_2 \quad (14)$$

สมการ (13)-(14) คือเงื่อนไขบังคับสำหรับพารามิเตอร์ภายในเมื่อทราบค่าของโฮโมกราฟี โดยกำหนดให้

$$B = K^{-T} K^{-1} = \begin{bmatrix} B_{11} & B_{12} & B_{13} \\ B_{12} & B_{22} & B_{23} \\ B_{13} & B_{23} & B_{33} \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} \frac{1}{\alpha^2} & -\frac{s}{\alpha^2 \beta} & \frac{v_0 s - u_0 \beta}{\alpha^2 \beta} \\ -\frac{s}{\alpha^2 \beta} & \frac{s^2}{\alpha^2 \beta^2} + \frac{1}{\beta^2} & -\frac{s(v_0 s - u_0 \beta)}{\alpha^2 \beta^2} - \frac{v_0}{\beta^2} \\ \frac{v_0 s - u_0 \beta}{\alpha^2 \beta} & -\frac{s(v_0 s - u_0 \beta)}{\alpha^2 \beta^2} - \frac{v_0}{\beta^2} & \frac{(v_0 s - u_0 \beta)^2}{\alpha^2 \beta^2} + \frac{v_0^2}{\beta^2} + 1 \end{bmatrix}$$

ทำให้สมการที่ (13) และ (14) สามารถเขียนใหม่ได้เป็น

$$h_1^T B h_2 = 0 \quad (15)$$

$$h_1^T B h_1 = h_2^T B h_2 \quad (16)$$

จากการจัดรูปตัวแปรใหม่จะพบว่า

$$h_1^T B h_j = v_{ij}^T b$$

โดยที่ $b = [B_{11} \quad B_{12} \quad B_{22} \quad B_{13} \quad B_{23} \quad B_{33}]^T$ และ

$$v_{ij} = [h_{1i} h_{j1} \quad h_{1i} h_{j2} + h_{2i} h_{j1} \quad h_{2i} h_{j2} \quad h_{3i} h_{j1} + h_{1i} h_{j3} \quad h_{3i} h_{j2} + h_{2i} h_{j3}]$$

ดังนั้นจากสมการ (15) และ (16) สามารถเขียนใหม่ได้เป็นระบบสมการ

$$\begin{bmatrix} v_{12}^T \\ (v_{11} - v_{22})^T \end{bmatrix} b = 0$$

เมื่อกำหนดภาพของกระดานสอบเทียบ 1 ภาพ จะเกิดสมการ 2 สมการ ถ้ามีภาพ n ภาพ จะสามารถเขียนเป็นระบบสมการ

$$Vb = 0 \quad (17)$$

โดยที่ V เป็นเมทริกซ์ขนาด $2n \times 6$

กรณีที่ $n \geq 3$ จะสามารถแก้สมการที่ (17) ด้วยวิธีการเดียวกับการแก้สมการที่ (10) คำตอบของปัญหานี้จะตรงกับเวกเตอร์ซิงกูลาร์ที่ตรงกับค่าซิงกูลาร์ที่น้อยที่สุดของเมทริกซ์ V เมื่อสามารถคำนวณหา b ได้ก็สามารถคำนวณหาเมทริกซ์การสอบเทียบ K และพารามิเตอร์ภายในทั้ง 5 ตัวได้ตามสมการที่ (18)

$$v_0 = (B_{12} B_{13} - B_{11} B_{23}) / (B_{11} B_{22} - B_{12}^2)$$

$$\lambda = B_{33} - [B_{13}^2 + v_0 (B_{12} B_{13} - B_{11} B_{23})] / B_{11}$$

$$\alpha = \sqrt{\lambda / B_{11}} \quad (18)$$

$$\beta = \sqrt{\lambda B_{11} / (B_{11} B_{22} - B_{12}^2)}$$

$$s = -B_{12} \alpha^2 \beta / \lambda$$

$$u_0 = s v_0 / \beta - B_{13} \alpha^2 / \lambda$$

และหาพารามิเตอร์ภายนอกสำหรับกระดานสอบเทียบในแต่ละรูปได้ดังนี้

$$r_1 = \lambda K^{-1} h_1$$

$$r_2 = \lambda K^{-1} h_2$$

$$r_3 = r_1 \times r_2$$

$$t = \lambda K^{-1} h_3 \quad (19)$$

4. การบิดเบี้ยวเชิงเรขาคณิตและการประมาณค่า

สัมประสิทธิ์การบิดเบี้ยว

แบบจำลองกล้องที่กล่าวถึงข้างต้น เป็นแบบจำลองแบบเชิงเส้นกล่าวคือจุดของวัตถุใน 3 มิติ จุดศูนย์กลางการถ่ายภาพและจุดภาพที่เกิดจากวัตถุนั้นอยู่บนเส้นตรงเดียวกันเป็นไปตามสมการการฉาย (1) แต่ในทางปฏิบัติแล้วภาพที่ถ่ายได้ส่วนมากจะมีความบิดเบี้ยว อันเนื่องมาจากการใช้เลนส์ โดยเลนส์ที่มีความยาวโฟกัสน้อยกว่า ภาพที่ได้จะมีความบิดเบี้ยวมากกว่า การบิด

เบี้ยวของภาพสามารถแบ่งออกเป็น 2 ประเภท คือ การบิดเบี้ยวในแนวรัศมีและแนวสัมผัส โดยแต่ละแนวจะต้องการแบบจำลองที่ประกอบด้วยอนุกรมอนันต์เพื่อจะสามารถจำลองพฤติกรรมได้อย่างสมบูรณ์แบบ แต่จากงานวิจัย [6] พบว่าสามารถคำนึงถึงเฉพาะการบิดเบี้ยวในแนวรัศมีเท่านั้น และใช้เพียง 2 เทอมแรกของอนุกรมอนันต์ก็ให้ผลลัพธ์ถูกต้องเพียงพอ

$$\check{x} = x(1 + k_1 r^2 + k_2 r^4) \quad (20)$$

$$\check{y} = y(1 + k_1 r^2 + k_2 r^4) \quad (21)$$

โดยที่ $r = \sqrt{\check{x}^2 + \check{y}^2}$, (\check{x}, \check{y}) และ (x, y) เป็นพิกัดของจุดภาพที่บิดเบี้ยวและไม่บิดเบี้ยวแสดงบนแกนอ้างอิงภาพ เทียบกับจุดศูนย์กลางของการบิดเบี้ยวซึ่งโดยทั่วไปจะสันนิษฐานว่าเป็นจุดเดียวกับจุดศูนย์กลางภาพ ค่า k_1 และ k_2 คือค่าสัมประสิทธิ์การบิดเบี้ยวอันดับที่ 1 และอันดับที่ 2

จากแบบจำลองนี้บ่งบอกว่าที่จุดศูนย์กลางภาพ ($r=0$) ภาพจะไม่มีบิดเบี้ยวเกิดขึ้นและจะมีค่ามากขึ้นสำหรับจุดที่อยู่ห่างจากจุดศูนย์กลางออกไปและเมื่อทราบค่าสัมประสิทธิ์การบิดเบี้ยวเชิงรัศมี จะทำให้สามารถแก้ไขความบิดเบี้ยวของภาพได้จากสมการที่ (20) และ (21)

จากความสัมพันธ์ระหว่างแกนอ้างอิงภาพและแกนอ้างอิงจุดภาพ โดยผ่านทางเมทริกซ์การสอบเทียบกล้อง ประกอบกับสมการที่ (20) และ (21) จะได้ว่า

$$\check{u} = u + (u - u_0) [k_1 (\check{x}^2 + \check{y}^2) + k_2 (\check{x}^2 + \check{y}^2)^2] \quad (22)$$

$$\check{v} = v + (v - v_0) [k_1 (\check{x}^2 + \check{y}^2) + k_2 (\check{x}^2 + \check{y}^2)^2] \quad (23)$$

หรือสามารถเขียนเป็นลักษณะของเมทริกซ์ได้ดังนี้

$$\begin{bmatrix} (u - u_0)(\check{x}^2 + \check{y}^2) & (u - u_0)(\check{x}^2 + \check{y}^2)^2 \\ (v - v_0)(\check{x}^2 + \check{y}^2) & (v - v_0)(\check{x}^2 + \check{y}^2)^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} k_1 \\ k_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \check{u} - u \\ \check{v} - v \end{bmatrix} \quad (24)$$

เมื่อมีข้อมูล n จุดสอบเทียบบน m ภาพ จะสามารถสร้างระบบสมการเชิงเส้นจำนวน $2mn$ สมการ และเขียนแทนได้เป็น $Dk = d$ และจะสามารถหาคำตอบเชิงเส้นได้คือ

$$k = (D^T D)^{-1} D^T d \quad (25)$$

นอกจากนี้ยังสามารถทำการประมาณค่าพารามิเตอร์แบบละเอียด โดยใช้คำตอบจากสมการที่ (25) เป็นค่าเริ่มต้นในการหาค่าต่ำสุดแบบไม่เชิงเส้นที่ทำให้ฟังก์ชันผลรวมค่าผิดพลาด 2 มิติบนระนาบรับภาพยกกำลังสองในสมการที่ (26) มีค่าน้อยที่สุด

$$\sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n \| m_{ij} - \check{m}(k_1, k_2, K, R_i, t_i, p_j) \|^2 \quad (26)$$

โดยที่

m_{ij} คือ พิกัดจุดภาพของจุดที่ j ของภาพกระดานสอบเทียบที่วัดได้ในภาพที่ i

\check{m} คือ พิกัดจุดภาพที่ได้จากการฉายจุด 3 มิติ p_j บนกระดานสอบเทียบในภาพที่ i และคำนวณพิกัดจุดภาพที่บิดเบี้ยวไปโดยใช้พารามิเตอร์ภายในและภายนอกของกล้องและสมการ (20), (21)

k_1, k_2, K คือ พารามิเตอร์ภายในของกล้อง

R_i, t_i คือ พารามิเตอร์ภายนอกของกล้องในการถ่ายภาพที่ i

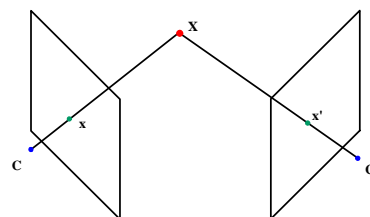
p_j คือ พิกัด 3 มิติของจุดที่ j บนกระดานสอบเทียบแสดงบนแกนอ้างอิงวัตถุซึ่งติดอยู่กับวัตถุสอบเทียบ

[2]

5. ระบบสองกล้องและการคำนวณหาพิกัด 3 มิติ

จากภาพทั้งสอง

กล้องเป็นอุปกรณ์ที่ทำการฉายวัตถุใน 3 มิติให้เป็นภาพซึ่งมีเพียง 2 มิติ ดังนั้นจึงมีข้อมูลหายไป 1 มิติ ทำให้ภาพเพียงภาพเดียวไม่สามารถจะบอกถึงลักษณะ 3 มิติของวัตถุที่ทำให้เกิดภาพนั้นได้ การใช้กล้องตั้งแต่ 2 ตัวขึ้นไปเพื่อถ่ายภาพวัตถุเดียวกันจะทำให้มีข้อมูลที่มากเพียงพอที่จะทำการคำนวณกลับเป็นข้อมูล 3 มิติอีกครั้ง



รูปที่ 4 การใช้กล้องสองตัวในการหาพิกัด 3 มิติ

พิจารณาจุด 3 มิติจุดหนึ่ง เมื่อถูกฉายไปยังกล้องทั้งสองผ่านจุดศูนย์กลางกล้องทั้งสอง จะก่อให้เกิดจุดภาพขึ้นบนกล้องแต่ละตัว จุดภาพในกล้องทั้งสองที่เกิดจากจุด 3 มิติเดียวกันนี้ จะเรียกว่าเป็น “คู่จุดสอดคล้อง” (corresponding points) เมื่อทราบข้อมูลพารามิเตอร์ภายในและพารามิเตอร์ภายนอกของกล้องทั้งสองตัว จะสามารถทำการฉายกลับ (back-projection) โดยการลากเส้นตรงผ่านจุดศูนย์กลางกล้องและตำแหน่งของจุดภาพนั้น ตามทฤษฎีแล้วรังสีการฉายกลับจากกล้องทั้งสองจะตัดกันพอดี ณ จุด 3 มิติที่ก่อให้เกิดจุดภาพนั้น แต่สำหรับในทางปฏิบัติแล้วรังสีทั้งสองมักจะไม่ได้ตัดกันพอดี เนื่องมาจากการมีสัญญาณรบกวนในกระบวนการวัด ส่งผลให้เกิดความผิดพลาดในการระบุตำแหน่งคู่จุดสอดคล้องบนภาพทั้งสองอย่างแม่นยำ ประกอบกับค่าพารามิเตอร์ของกล้องที่ได้ผิดพลาดไป

จากการประมวลผลและทำการแก้ไขการบิดเบี้ยวในภาพทั้งสองจะได้คู่จุดสอดคล้อง $x \leftrightarrow x'$ และโดยกำหนดให้ $x = [u \ v \ 1]^T$ และ $x' = [u' \ v' \ 1]^T$ โดยแสดงในพิกัดเอกพจน์ ผู้วิจัยจะใช้วิธีแบบพีชคณิตโดยกำหนดให้ X คือจุดพิกัด 3 มิติที่ปรากฏเป็นคู่จุดสอดคล้อง $x \leftrightarrow x'$ จากสมการการฉายจะสามารถเขียนความสัมพันธ์ได้ดังนี้

$$\lambda x = PX$$

$$\lambda' x' = P'X$$

$$\text{เมื่อ } P = \begin{bmatrix} P_{11} & P_{12} & P_{13} & P_{14} \\ P_{21} & P_{22} & P_{23} & P_{24} \\ P_{31} & P_{32} & P_{33} & P_{34} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} p^{1T} \\ p^{2T} \\ p^{3T} \end{bmatrix} \text{ และ}$$

$$P' = \begin{bmatrix} P'_{11} & P'_{12} & P'_{13} & P'_{14} \\ P'_{21} & P'_{22} & P'_{23} & P'_{24} \\ P'_{31} & P'_{32} & P'_{33} & P'_{34} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} p'^{1T} \\ p'^{2T} \\ p'^{3T} \end{bmatrix}$$

เป็นเมทริกซ์กล้องขวาและซ้ายตามลำดับ เพื่อจะกำจัดค่าคงตัว λ และ λ' จะใช้ความสัมพันธ์ของผลคูณเชิงเวกเตอร์ สำหรับกล้องทางขวา

$$x \times (PX) = 0$$

$$\begin{bmatrix} x \\ y \\ 1 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} p^{1T} X \\ p^{2T} X \\ p^{3T} X \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} yp^{3T} X - p^{2T} X \\ p^{1T} X - xp^{3T} X \\ xp^{2T} X - yp^{1T} X \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$x(p^{3T} X) - p^{1T} X = 0$$

$$y(p^{3T} X) - p^{2T} X = 0 \quad (27)$$

$$x(p^{2T} X) - y(p^{1T} X) = 0$$

เช่นเดียวกันสำหรับกล้องทางซ้าย

$$x'(p'^{3T} X) - p'^{1T} X = 0$$

$$y'(p'^{3T} X) - p'^{2T} X = 0 \quad (28)$$

$$x'(p'^{2T} X) - y'(p'^{1T} X) = 0$$

ในทำนองเดียวกับสมการที่ (7) สมการพีชคณิตทั้ง 3 สมการนี้มีเพียง 2 สมการเท่านั้นที่เป็นอิสระจากกันทำการเลือก 2 สมการแรกจากสมการทั้งสองชุด แล้วจัดรูปใหม่ได้เป็น

$$\begin{bmatrix} xp^{3T} - p^{1T} \\ yp^{3T} - p^{2T} \\ x'p'^{3T} - p'^{1T} \\ y'p'^{3T} - p'^{2T} \end{bmatrix} X = 0 \quad (29)$$

หรือ

$$LX = 0$$

สามารถหาคำตอบได้เช่นเดียวกับวิธีที่ใช้ในหัวข้อก่อนหน้า โดยหาค่า x ที่ทำให้ $\|LX\|$ มีค่าน้อยที่สุดภายใต้เงื่อนไข $\|X\| = 1$ ซึ่งตรงกับเวกเตอร์ซิงกูลาร์ที่ตรงกับค่าซิงกูลาร์ที่น้อยที่สุดของเมทริกซ์ L จากคำตอบที่ได้จะสามารถแปลงเป็นพิกัดคาร์ทีเซียนใน 3 มิติได้โดยตรง

6. การสอบเทียบระบบกล้องสองตัว

การสอบเทียบที่กล่าวมาข้างต้นเป็นการสอบเทียบแต่ละกล้องแยกต่างหาก ในการสอบเทียบโดยใช้วัตถุสอบเทียบ 2 มิติจะทำการบันทึกภาพของกระดานสอบเทียบที่มีการเปลี่ยนตำแหน่งหลายตำแหน่ง แล้วสามารถหาพารามิเตอร์ของกล้องนั้นได้ แต่เนื่องจากข้อมูลที่วัดได้จะมีสัญญาณรบกวนเข้ามาปะปนอยู่ ทำให้พารามิเตอร์ที่คำนวณได้มีความผิดพลาดและไม่สมเหตุสมผลบางประการอันเนื่องมาจากการคำนวณ

พารามิเตอร์ภายนอกในแต่ละจังหวัด ซึ่งควรจะสอดคล้องกับข้อบังคับทางกายภาพที่กล้องทั้งสองถูกจับยึดอย่างมั่นคงหรือกล่าวคือเมทริกซ์การแปลงเอกพันธ์ระหว่างกล้องทั้งสองจะต้องมีค่าคงที่

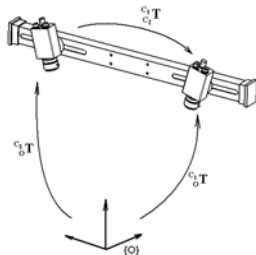
$${}_{C_2}T = {}_{C_1}T {}_{C_2}T^{-1} \quad (30)$$

โดยที่

${}_{C_2}T$ คือเมทริกซ์การแปลงเอกพันธ์ของแกนอ้างอิงกล้องขวาเทียบกับกล้องซ้าย

${}_{C_1}T$ และ ${}_{C_2}T$ คือ เมทริกซ์การแปลงเอกพันธ์ของแกนอ้างอิงกล้องซ้ายและกล้องขวา เทียบกับแกนอ้างอิงวัตถุสอบเทียบซึ่งก็คือพารามิเตอร์ภายนอกของกล้องทั้งสอง

การสอบเทียบแต่ละกล้องแยกออกจากกัน ไม่ได้คำนึงถึงข้อบังคับนี้ จึงควรจะมีวิธีการคำนวณหาพารามิเตอร์ของกล้องที่รวมเอาข้อบังคับนี้เข้าไว้ด้วย



รูปที่ 5 พารามิเตอร์ภายนอกและเมทริกซ์การแปลงเอกพันธ์ระหว่างกล้องทั้งสอง

การคำนวณจะเริ่มจากการสอบเทียบแต่ละกล้อง เพื่อเป็นการคำนวณหาพารามิเตอร์ภายในและพารามิเตอร์ภายนอกของกล้องโดยประมาณ แล้วจึงนำพารามิเตอร์เหล่านี้มาเป็นค่าเริ่มต้นในการทำการหาค่าต่ำสุดแบบไม่เชิงเส้นที่ทำให้ฟังก์ชันผลรวมค่าผิดพลาด 3 มิติกำลังสอง โดยพิจารณาค่าผิดพลาดสัมพันธ์กับกระดานสอบเทียบ โดยเปรียบเทียบค่าพิกัด 3 มิติของจุดมุมบนกระดานสอบเทียบซึ่งทราบพิกัดจากการสร้าง และจุด 3 มิติที่ได้จากการคำนวณทางคณิตศาสตร์จากกล้องทั้งสองดังกล่าวในหัวข้อที่ 3.16

$$\sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n \left\| w_j - W(k_{1left}, k_{2left}, K_{left}, k_{1right}, k_{2right}, K_{right}, R_{left,i}, t_{left,i}, {}_{C_2}T, m_{ij, left}, m_{ij, right}) \right\|^2 \quad (31)$$

โดยที่

w_j คือจุดพิกัด 3 มิติบนกระดานสอบเทียบ

W คือจุดพิกัด 3 มิติที่ได้รับการคำนวณทางคณิตศาสตร์จากภาพจากทั้งกล้องทั้งสองโดยใช้พารามิเตอร์ของกล้องทั้งสองตัว

$m_{ij, left}, m_{ij, right}$ คือพิกัดจุดภาพของจุดควบคุมที่ j ของภาพกระดานสอบเทียบที่วัดได้ในภาพที่ i บนกล้องซ้ายและขวาตามลำดับ

$k_{1left}, k_{2left}, K_{left}$ คือพารามิเตอร์ภายในของกล้องซ้าย

$k_{1right}, k_{2right}, K_{right}$ คือพารามิเตอร์ภายในของกล้องขวา

$R_{left,i}, t_{left,i}$ คือพารามิเตอร์ภายนอกของกล้องซ้าย

${}_{C_2}T$ คือเมทริกซ์การแปลงเอกพันธ์ของแกนอ้างอิงกล้องขวาเทียบกับกล้องซ้าย

7. หุ่นยนต์ที่ใช้ในงานวิจัย

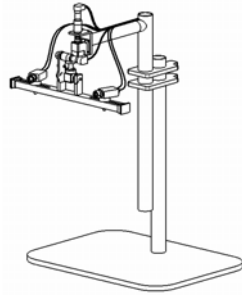
หุ่นยนต์ที่ใช้ในงานวิจัยนี้จะเป็นหุ่นยนต์สองแกนขับเคลื่อนด้วยมอเตอร์กระแสตรงและออกแบบเพื่อให้ผู้ใช้สามารถจัดวางตำแหน่งและทิศทางของกล้องทั้งสองเพื่อให้มุมมองของกล้องทั้งสองสามารถครอบคลุมบริเวณที่ต้องการใช้งานได้ นอกจากนี้ผู้ใช้ยังสามารถปรับความสูงของหุ่นยนต์ได้ เพื่อรองรับความยืดหยุ่นในการใช้งานเมื่อเปลี่ยนแปลงความยาวโฟกัสของเลนส์รวมถึงระยะเวลาใช้งานในอนาคต

หุ่นยนต์จะทำหน้าที่ติดตามอนุภาคบนเป้าหมายที่ได้ออกแบบไว้ โดยที่เคลื่อนที่ตามคำสั่งอ้างอิงที่ได้จากการหาค่าพิกัด 3 มิติในส่วนของกล้องทั้งสอง ซึ่งจะต้องทราบแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของหุ่นยนต์จากการวิเคราะห์ฟอร์เวิร์ดและอินเวอร์สคิเนแมติกส์

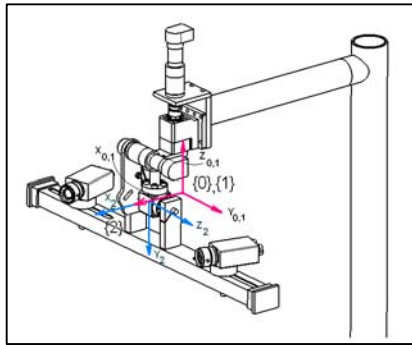
7.1 การวิเคราะห์ฟอร์เวิร์ดคิเนแมติกส์ (Forward kinematics)

เป็นการคำนวณหาเมทริกซ์การแปลงเอกพันธ์ของแกนอ้างอิงที่ 2 เทียบกับแกนอ้างอิงที่ 0 ของหุ่นยนต์ ในที่นี้ผู้วิจัยจะเลือกใช้พารามิเตอร์ของเดนาวิต-ฮาร์เทินเบิร์ก (Denavit-Hartenberg parameters) เมื่อพิจารณาการเลือกใช้แกนอ้างอิงสำหรับหุ่นยนต์ที่

ออกแบบดังแสดงในรูปที่ 7 จะสามารถเขียนค่าพารามิเตอร์สำหรับหุ่นยนต์ดังแสดงในตารางที่ 1



รูปที่ 6 หุ่นยนต์ 2 แขนที่ออกแบบเพื่อใช้ในงานวิจัยนี้



รูปที่ 7 หุ่นยนต์ที่ใช้ในงานวิจัยนี้และแสดงแกนอ้างอิงที่ 0,1 และ 2

ตารางที่ 1 พารามิเตอร์ของเดนาวิต-ฮาร์เทนเบิร์กสำหรับหุ่นยนต์

i	α_{i-1}	a_{i-1}	d_i	θ_i
1	0	0	0	$\theta_1 + \Delta\theta_1$
2	γ	a_0	0	$\theta_2 + \Delta\theta_2$

การที่ใส่มุมส่วนเพิ่ม $\Delta\theta_1$ และ $\Delta\theta_2$ เข้าไปในพารามิเตอร์ของหุ่นยนต์เพราะอุปกรณ์วัดมุมที่ใช้เป็นชนิดส่วนเพิ่ม (incremental encoder) ทำให้การเริ่มต้นบันทึกค่ามุมไม่จำเป็นต้องเริ่มตรงกับตำแหน่งศูนย์องศาตามแบบจำลองพอดี้ ซึ่งจะสามารถเขียนสมการการแปลงเอกพันธ์ของแกนอ้างอิงที่ i เทียบกับแกนอ้างอิงที่ $i-1$ ได้เป็น ($i = 1, 2$)

$${}^{i-1}T = \begin{bmatrix} \cos(\theta_i) & -\sin(\theta_i) & 0 & a_{i-1} \\ \sin(\theta_i)\cos(\alpha_{i-1}) & \cos(\theta_i)\cos(\alpha_{i-1}) & -\sin(\alpha_{i-1}) & -\sin(\alpha_{i-1})d_i \\ \sin(\theta_i)\sin(\alpha_{i-1}) & \cos(\theta_i)\sin(\alpha_{i-1}) & \cos(\alpha_{i-1}) & \cos(\alpha_{i-1})d_i \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

โดยจะข้อกำหนดสัญลักษณ์ดังนี้เพื่อความสะดวกในการเขียนสมการ

$$c\Delta_i = \cos(\theta_i + \Delta\theta_i), s\Delta_i = \sin(\theta_i + \Delta\theta_i), s_\gamma = \sin(\gamma), c_\gamma = \cos(\gamma)$$

เมทริกซ์การแปลงเอกพันธ์ระหว่างแกนอ้างอิงที่ 2 เทียบกับแกนอ้างอิงที่ 0

$$[3] \quad {}^0T = {}^0T_2 {}^2T$$

[4]

$$= \begin{bmatrix} c\Delta_1 & -s\Delta_1 & 0 & 0 \\ s\Delta_1 & c\Delta_1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} c\Delta_2 & -s\Delta_2 & 0 & a_0 \\ s\Delta_2 c_\gamma & c\Delta_2 c_\gamma & -s_\gamma & 0 \\ s\Delta_2 s_\gamma & c\Delta_2 s_\gamma & c_\gamma & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

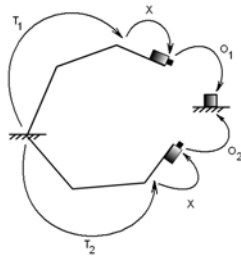
$$= \begin{bmatrix} c\Delta_1 c\Delta_2 - s\Delta_1 s\Delta_2 c_\gamma & -c\Delta_1 s\Delta_2 - s\Delta_1 c\Delta_2 c_\gamma & s\Delta_1 s_\gamma & a_0 c\Delta_1 \\ s\Delta_1 c\Delta_2 + c\Delta_1 s\Delta_2 c_\gamma & -s\Delta_1 s\Delta_2 + c\Delta_1 c\Delta_2 c_\gamma & -c\Delta_1 s_\gamma & a_0 s\Delta_1 \\ s\Delta_2 s_\gamma & c\Delta_2 s_\gamma & c_\gamma & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

(32)

สำหรับการวิเคราะห์อินเวอร์สคิเนแมติกส์ (inverse kinematics) ผู้วิจัยจะขอยกไปกล่าวในบทถัดไปเรื่องการติดตามอนุภาคใน 3 มิติ

7.2 การหาเมทริกซ์การแปลงเอกพันธ์ระหว่างกล้องเทียบกับปลายแขนหุ่นยนต์

การใช้งานกล้องร่วมกับหุ่นยนต์ ลักษณะการใช้งานที่นิยมมากที่สุดคือการนำอุปกรณ์รับรู้มาติดตั้งที่ปลายแขนหุ่นยนต์ แต่ข้อมูลที่ได้จากอุปกรณ์รับรู้เป็นข้อมูลอ้างอิงเทียบกับแกนพิกัดของอุปกรณ์รับรู้ นั้น สิ่งที่จะต้องทราบคือเมทริกซ์การแปลงระหว่างแกนอ้างอิงของอุปกรณ์รับรู้กับแกนอ้างอิงที่ปลายแขนของหุ่นยนต์ เพื่อจะสามารถทำการแปลงพิกัดของข้อมูลที่ได้จากอุปกรณ์รับรู้ให้มาอยู่ในแกนอ้างอิงที่ปลายแขนของหุ่นยนต์ โดยทั่วไปตำแหน่งและทิศทางของปลายแขนของหุ่นยนต์จะทราบจากตัวควบคุมของหุ่นยนต์ ซึ่งจะทำให้สามารถนำข้อมูลที่ได้จากอุปกรณ์รับรู้ไปใช้งานได้



รูปที่ 8 เมทริกซ์การแปลงเอกพันธ์ที่เกี่ยวข้องกับการ
สอบเทียบหาเมทริกซ์การแปลงเอกพันธ์ระหว่างกล้อง
เทียบกับปลายแขนหุ่นยนต์

การคำนวณหาเมทริกซ์การแปลงนี้ทำโดยเคลื่อนที่
ปลายแขนหุ่นยนต์ที่ติดกล้องไว้ แล้วสังเกตวัตถุที่อยู่
จากหลายมุมมองโดยอาศัยข้อมูลการสอบเทียบของ
กล้องมาช่วยในการประมาณค่าได้ พิจารณารูปที่ 8 ให้
หุ่นยนต์ทำการเคลื่อนที่เพื่อสังเกตวัตถุเดียวกันจาก 2
ตำแหน่ง และจะสามารถเขียนความสัมพันธ์จากการ
แปลงพิกัดได้ดังนี้

$$T_1 X O_1 = T_2 X O_2$$

โดยที่

T_i คือเมทริกซ์การแปลงเอกพันธ์ของแกนอ้างอิง
ของปลายแขน หุ่นยนต์เทียบกับแกนอ้างอิงของฐาน
หุ่นยนต์ ณ ตำแหน่งที่ i

X คือเมทริกซ์การแปลงเอกพันธ์ของแกนอ้างอิง
กล้องเทียบกับแกนอ้างอิงของปลายแขนหุ่นยนต์ ซึ่งมี
ค่าคงที่

O_i คือเมทริกซ์การแปลงเอกพันธ์ของแกนอ้างอิง
วัตถุเทียบกับ แกนอ้างอิงกล้อง ณ ตำแหน่งที่ i ซึ่งก็
คือพารามิเตอร์ภายในของกล้องนั่นเอง

จัดรูปใหม่ได้สมการการแปลงเอกพันธ์
(homogeneous transform equation)

$$AX = XB \quad (33)$$

โดยที่ $A = T_2^{-1}T_1$ และ $B = O_2O_1^{-1}$

จากสมการที่ (33) ให้เขียนกระจายเมทริกซ์การแปลง
เอกพันธ์ออกเป็นส่วนของการหมุนและการเลื่อนที่ ได้
เป็น

$$\begin{bmatrix} R_A & t_A \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} R_X & t_X \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_X & t_X \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} R_B & t_B \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

จะได้ว่า

$$R_A R_X = R_X R_B$$

(34)

$$R_A t_X + t_A = R_X t_B + t_X \quad (35)$$

สำหรับเมทริกซ์การหมุนที่ไม่ใช่เมทริกซ์เอกลักษณ์ จะ
แสดงแทนได้ด้วยเวกเตอร์แกนหมุนและมุมหมุน k, θ
(angle-axis representation) ในทางกลับกันเมื่อทราบ
 k, θ ก็จะสามารถหาเมทริกซ์การหมุนได้ นั่นคือ

$$R \leftrightarrow (k, \theta)$$

โดยที่

R คือเมทริกซ์การหมุน

k คือเวกเตอร์หนึ่งหน่วยแสดงถึงทิศทางของแกน
หมุน

θ คือมุมการหมุนรอบเวกเตอร์ k

การแก้สมการที่ (34) และ (35) จะทำการนิยาม
เวกเตอร์ตัวใหม่

$$p = 2 \sin\left(\frac{\theta}{2}\right)k \quad (36)$$

ซึ่งเป็นอีกรูปแบบของการแสดงถึงการหมุนเช่นเดียวกับ
เมทริกซ์การหมุนและนิยามฟังก์ชัน

$$Skew(u) = \begin{bmatrix} 0 & -u_z & u_y \\ u_z & 0 & -u_x \\ -u_y & u_x & 0 \end{bmatrix}$$

ทำให้สมการที่ (34) และ (35) สามารถจัดรูปใหม่ได้เป็น

$$Skew(p_A + p_B)p_X = p_B - p_A$$

(37)

$$(R_A - I)t_X = R_X t_B - t_A \quad (38)$$

โดยที่ $p_A = 2 \sin\left(\frac{\theta_A}{2}\right)k_A$ และ $p_B = 2 \sin\left(\frac{\theta_B}{2}\right)k_B$

เนื่องจากเมทริกซ์ $Skew(p_A + p_B)$ และ $(R_A - I)$ มี
ค่าลำดับชั้นเท่ากับ 2 ดังนั้นแต่ละกล้องจะต้องทำการ
สร้างชุดสมการ $AX = XB$ อย่างน้อย 2 ชุดเพื่อจะ
สามารถคำนวณหาคำตอบที่มีค่าผิดพลาดกำลังสอง
น้อยที่สุดได้

เนื่องจากในงานวิจัยนี้ใช้กล้องจำนวน 2 ตัว จึง
จะต้องทำการคำนวณหาเมทริกซ์การแปลงเอกพันธ์ของ

แกนอ้างอิงของกล้องซ้ายและขวาเทียบกับแกนอ้างอิงที่ 2 ของหุ่นยนต์ จากการเคลื่อนที่ของหุ่นยนต์ทำให้กล้องเคลื่อนที่ไปหลายตำแหน่งทำให้สามารถสร้างชุดสมการ

$$\text{สำหรับกล้องซ้าย } A_i X_1 = X_1 B_i, i = 1, 2, \dots, n$$

และสำหรับกล้องขวา $A_i X_2 = X_2 B_i, i = 1, 2, \dots, n$ โดยที่ n คือจำนวนตำแหน่งที่หุ่นยนต์เคลื่อนที่ไปพร้อมกับกล้อง

X_1 และ X_2 คือเมทริกซ์การแปลงเอกพจน์ของแกนอ้างอิงกล้องซ้ายและขวาเทียบกับแกนอ้างอิงของปลายแขนหุ่นยนต์ และจากชุดสมการที่ (37) และ (38) ก่อให้เกิดระบบสมการเชิงเส้น

$$\begin{bmatrix} \text{Skew}(p_{A_1} + p_{B_1}) \\ \text{Skew}(p_{A_2} + p_{B_2}) \\ \dots \\ \text{Skew}(p_{A_n} + p_{B_n}) \end{bmatrix} p_X = \begin{bmatrix} p_{B_1} - p_{A_1} \\ p_{B_2} - p_{A_2} \\ \dots \\ p_{B_n} - p_{A_n} \end{bmatrix} \quad (39)$$

และ

$$\begin{bmatrix} (R_{A_1} - I) \\ (R_{A_2} - I) \\ \dots \\ (R_{A_n} - I) \end{bmatrix} t_X = \begin{bmatrix} R_X t_{B_1} - t_{A_1} \\ R_X t_{B_2} - t_{A_2} \\ \dots \\ R_X t_{B_n} - t_{A_n} \end{bmatrix} \quad (40)$$

จากระบบสมการที่ (39) จะสามารถแก้หาค่า p_X ซึ่งสามารถแปลงกลับเป็น R_X ได้แล้วแทนลงในระบบสมการ (40) เพื่อหาค่าเวกเตอร์ t_X ได้ ทำให้สามารถหาคำตอบได้

$$X_1 = \begin{bmatrix} R_{X1} & t_{X1} \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (41)$$

$$X_2 = \begin{bmatrix} R_{X2} & t_{X2} \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (42)$$

7.3 การแปลงพิกัด 3 มิติจากระบบกล้องให้อยู่ในแกนอ้างอิงโลก

จากการสอบเทียบโดยใช้วัตถุสอบเทียบ 2 มิติ วัตถุสอบเทียบจะมีการเปลี่ยนตำแหน่งของวัตถุสอบเทียบไปหลายตำแหน่ง ผู้วิจัยจะเลือกใช้แกนอ้างอิงวัตถุสอบเทียบจากสอบเทียบในจังหวะที่ 1 เป็นตำแหน่งของแกนอ้างอิงโลก ในงานวิจัยนี้กล้องจะมีการเคลื่อนที่ไปพร้อมกับปลายแขนหุ่นยนต์ซึ่งอยู่ในตำแหน่งที่แตกต่าง

ไปจากขั้นตอนการสอบเทียบกล้อง จุดพิกัด 3 มิติที่คำนวณได้จากระบบกล้องอย่างเดียวนั้นจะอ้างอิงเทียบกับแกนอ้างอิงโลกเสมือน $\{W'\}$ แทนที่จะเป็นแกนอ้างอิงโลก $\{W\}$ ขณะทำการสอบเทียบกล้อง ดังแสดงในรูปที่ 9 ดังนั้นจะต้องทำการแปลงพิกัดของจุดที่ได้ให้เป็นค่าพิกัด 3 มิติที่เทียบกับแกนอ้างอิงโลก $\{W\}$ ที่ต้องการ กำหนดให้

${}^w p$ คือพิกัดของจุดซึ่งเขียนแสดงบนแกนอ้างอิงโลกเสมือน

${}^w p'$ คือพิกัดของจุดซึ่งเขียนแสดงบนแกนอ้างอิงโลก

พิจารณาเฉพาะกรณีกล้องซ้ายมือ แกนอ้างอิงกล้องมีการเปลี่ยนตำแหน่งจาก $\{C_1\}$ ไปเป็น $\{C_1'\}$ และเนื่องจากตำแหน่งสัมพัทธ์ระหว่างแกนอ้างอิงโลกกับแกนอ้างอิงกล้องจะมีค่าคงที่ที่แสดงในรูปที่ 9 หรือกล่าวอีกอย่างว่า

$${}^{C_1} T {}^w T = G_1 \quad (43)$$

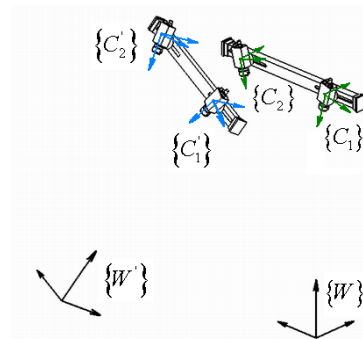
$${}^{C_2} T {}^w T = G_2 \quad (44)$$

ทำให้สามารถเขียนสมการการแปลงเอกพจน์ได้เป็น

$$\begin{aligned} {}^w p &= ({}^w T) ({}^w T)^w p \\ {}^w p &= ({}^0 T \cdot X_1 \cdot {}^{C_1} T)^{-1} ({}^0 T \cdot X_1 \cdot {}^{C_1} T)^w p \\ {}^w p &= ({}^0 T \cdot X_1 \cdot G_1)^{-1} ({}^0 T \cdot X_1 \cdot G_1)^w p \end{aligned} \quad (45)$$

เช่นเดียวกันสำหรับกล้องขวามือจะได้

$${}^w p = ({}^0 T \cdot X_2 \cdot G_2)^{-1} ({}^0 T \cdot X_2 \cdot G_2)^w p \quad (46)$$



รูปที่ 9 การแปลงพิกัด 3 มิติจากแกนอ้างอิงโลกเสมือนไปอยู่ในแกนอ้างอิงโลก

เมื่อ

${}^0T'$ และ 0T คือเมทริกซ์การแปลงเอกพันธ์ของแกนอ้างอิงที่ 2 เทียบ กับแกนอ้างอิงที่ 0 ของหุ่นยนต์ ขณะเวลาใดๆ และขณะทำการ สอบเทียบ ตามลำดับ

X_1 และ X_2 คือเมทริกซ์การแปลงเอกพันธ์ของแกนอ้างอิงกล้องซ้ายและกล้องขวาเทียบกับแกนอ้างอิงที่ 2 ของหุ่นยนต์ ตามลำดับ

G_1 และ G_2 คือเมทริกซ์การแปลงเอกพันธ์ของแกนอ้างอิงโลกเทียบกับแกนอ้างอิงกล้องซ้ายและขวา ขณะทำการสอบเทียบตามลำดับ

โดยที่ X_1, X_2, G_1 และ G_2 จะมีค่าคงที่ตลอดระยะเวลาทำงานของหุ่นยนต์

8. การสอบเทียบระบบกล้องและหุ่นยนต์พร้อมกัน

แม้ว่าการสอบเทียบกล้องทั้งสองตัวจะให้ผลการสอบเทียบที่ดี หากนำกล้องไปติดบนหุ่นยนต์โดยที่ไม่ได้มีการสอบเทียบหุ่นยนต์ก่อน ความผิดพลาดของพารามิเตอร์หุ่นยนต์เพียงเล็กน้อย จะก่อให้เกิดความผิดพลาดของค่าพิกัด 3 มิติที่คำนวณได้อย่างมาก

ในหัวข้อที่ 7.2 ได้กล่าวถึงการสอบเทียบหาเมทริกซ์การแปลงเอกพันธ์ระหว่างกล้องเทียบกับปลายแขนหุ่นยนต์ จากสมการที่ (33) การคำนวณเมทริกซ์ x จะต้องทราบค่าเมทริกซ์ A ซึ่งมีความสัมพันธ์กับพารามิเตอร์ของหุ่นยนต์ แต่เนื่องจากหุ่นยนต์ที่ใช้ในงานวิจัยนี้ได้ถูกสร้างขึ้นใหม่โดยปราศจากเครื่องมือที่มีความละเอียดสูงย่อมมีความผิดพลาดในการสร้าง ทำให้ขนาดจริงไม่ตรงกับขนาดที่กำหนดในแบบวิศวกรรม ทำให้การคำนวณพอร์เวิร์ดคิเนแมติกส์ตามสมการที่ (32) เพื่อหาค่า 0T และ ${}^0T'$ ให้ค่าไม่ถูกต้อง ค่าผิดพลาดจากพารามิเตอร์ของหุ่นยนต์จะมีผลต่อความถูกต้องของการคำนวณเมทริกซ์ x และค่าพิกัดใน 3 มิติที่คำนวณได้ตามสมการที่ (45) หรือ (46) ดังนั้นเช่นเดียวกับในหัวข้อที่ผ่านมา ผู้วิจัยจะทำการหาค่าพารามิเตอร์กล้องและหุ่นยนต์ที่เหมาะสมที่สุดโดยการทำการหาค่าต่ำสุดแบบไม่เชิงเส้น ผู้วิจัยได้แบ่งเป็น 2 ขั้นตอน คือการหาค่าต่ำสุดแบบไม่เชิงเส้นชั้นกลาง และขั้นรวมที่ทำให้ฟังก์ชันผลรวมค่าผิดพลาด 3 มิติยกกำลังสองมีค่าน้อยที่สุดดังนี้

8.1 การหาค่าต่ำสุดแบบไม่เชิงเส้นชั้นกลาง

เนื่องจากผลการทดลองหาค่าพารามิเตอร์ภายในและพารามิเตอร์ภายนอกของกล้องทั้งสองตัวตามหัวข้อที่ 6 เรื่องการสอบเทียบระบบกล้องสองตัวให้ผลลัพธ์ที่มีความสมเหตุสมผล ผู้วิจัยจึงตั้งสมมติฐานว่าพารามิเตอร์เหล่านั้นมีความถูกต้องในขั้นตอนนี้ และจะกำหนดให้มีค่าคงที่ และจะทำการประมาณค่าเมทริกซ์การแปลงเอกพันธ์ของแกนอ้างอิงกล้องซ้ายและกล้องขวาเทียบกับแกนอ้างอิงที่ 2 ของหุ่นยนต์ (X_1, X_2) และค่าพารามิเตอร์ของหุ่นยนต์ (a_0, γ) ที่ทำให้ฟังก์ชันผลรวมค่าผิดพลาด 3 มิติกำลังสองในสมการที่ (47) มีค่าน้อยที่สุด

$$\sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n \|w_j - W(X_1, X_2, a_0, \gamma, w_j)\|^2 \quad (47)$$

โดยที่ w_j คือจุดพิกัด 3 มิติบนกระดานสอบเทียบ

W คือจุดพิกัด 3 มิติที่ได้การคำนวณจากภาพจากทั้งสองกล้องตาม

หัวข้อที่ 5 และทำการแปลงพิกัดตามหัวข้อ 7.3 โดยใช้พารามิเตอร์หุ่นยนต์ที่กำลังคำนวณอยู่

8.2 การหาค่าต่ำสุดแบบไม่เชิงเส้นชั้นรวม

หลังจากทำการหาค่าต่ำสุดแบบไม่เชิงเส้นชั้นกลางแล้วจะได้ค่าพารามิเตอร์ของหุ่นยนต์ที่ให้ค่าผิดพลาดน้อยแล้ว ขั้นตอนนี้จะเป็นการรวมเอาพารามิเตอร์ทุกตัวของทั้งกล้อง 2 ตัวและของหุ่นยนต์มารวมในการคำนวณด้วยซึ่งถือเป็นขั้นตอนสุดท้าย โดยใช้พารามิเตอร์ที่ได้จากการคำนวณชั้นกลางเป็นค่าเริ่มต้นในการหาค่าต่ำสุดแบบไม่เชิงเส้นของฟังก์ชันผลรวมค่าผิดพลาด 3 มิติกำลังสอง

$$\sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n \left\| w_j - W(K_{left}, k_{1left}, k_{2left}, K_{right}, k_{1right}, k_{2right}, R_{left}, r_{left}, R_{right}, r_{right}, X_1, X_2, {}^0T, a_0, \gamma, \Delta\theta_1, \Delta\theta_2, w_j) \right\|^2 \quad (48)$$

โดยที่

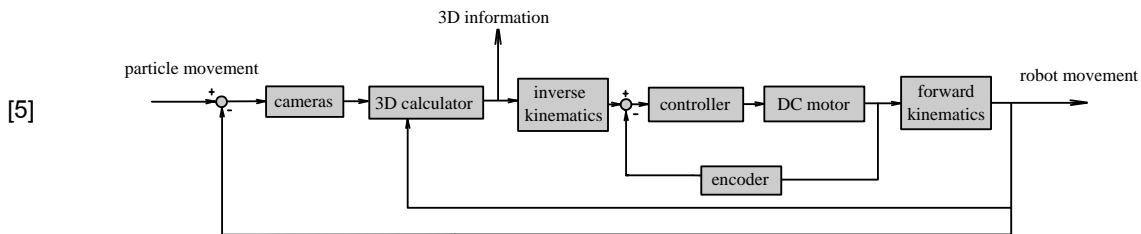
w_j คือจุดพิกัด 3 มิติบนกระดานสอบเทียบ

W คือจุดพิกัด 3 มิติที่ได้จากการคำนวณภาพทั้งสองตามหัวข้อที่ 5 และทำการแปลงพิกัดตามหัวข้อ 7.3 โดยใช้พารามิเตอร์หุ่นยนต์และกล้องที่กำลังคำนวณอยู่

9. การติดตามอนุภาคใน 3 มิติ

การทำงานของระบบติดตามอนุภาค จะมีการทำงานซ้ำเป็นวงรอบโดยแบ่งออกเป็น 2 วงรอบ ดังแสดงในรูปที่ 10 วงรอบนอกสุดจะเป็นวงรอบที่ทำการถ่ายภาพ แล้วทำการประมวลผลภาพเพื่อหาตำแหน่งของอนุภาคบนภาพจากทั้งสองกล้อง แล้วทำการคำนวณพิกัดตำแหน่งของอนุภาคใน 3 มิติโดยอาศัยพารามิเตอร์ของกล้องทั้งสองและหุ่นยนต์ที่คำนวณได้จากขั้นตอนการสอบเทียบหุ่นยนต์และระบบกล้องสอง

ตัวพร้อมกัน จากข้อมูลพิกัด 3 มิติที่ได้จะนำมาคำนวณเป็นคำสั่งให้หุ่นยนต์เคลื่อนที่ติดตามอนุภาคนั้นได้โดยการทำอินเวอร์สคิเนแมติกส์ และต่อไปผู้วิจัยจะขอเรียกอัตราการสุ่มของวงรอบนอกนี้ว่า "อัตราการติดตาม" ซึ่งจะมีค่าจำกัดอันเนื่องมาจากอัตราเฟรมสูงสุดของกล้องสำหรับวงรอบในจะเป็นวงรอบ

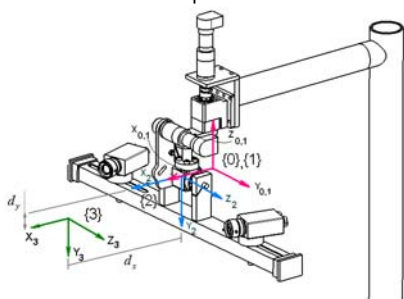


รูปที่ 10 แผนภาพแสดงขั้นตอนการติดตามอนุภาค

การควบคุมที่รับสัญญาณอ้างอิงตำแหน่งมุมจากวงรอบนอก โดยมีตัวควบคุมทำหน้าที่กำเนิดสัญญาณควบคุมเพื่อควบคุมตำแหน่งของมอเตอร์กระแสตรงทั้งสองตัวโดยอาศัยตำแหน่งมุมที่วัดได้จากอุปกรณ์วัดตำแหน่งมุม (encoder) เป็นอุปกรณ์ป้อนกลับ

9.1 การวิเคราะห์อินเวอร์สคิเนแมติกส์ (inverse kinematics)

ในการควบคุมให้หุ่นยนต์เคลื่อนที่หันตามวัตถุ ตัวควบคุมจะต้องคำนวณหามุมหมุนของแต่ละข้อต่อจากตำแหน่งพิกัดของวัตถุจากการวิเคราะห์อินเวอร์สคิเนแมติกส์ เนื่องจากหุ่นยนต์ที่ทำงานด้วยกล้องจะไม่มีปลายแขน (tip) แท้จริงทางกายภาพ ดังนั้นการวิเคราะห์จะไม่ตรงไปตรงมาเหมือนแขนหุ่นยนต์ปกติทั่วไป



รูปที่ 11 แกนอ้างอิงที่ 3 ที่เพิ่มขึ้นเพื่อใช้วิเคราะห์อินเวอร์สคิเนแมติกส์

จากแบบจำลองของหุ่นยนต์หัวข้อที่แล้ว เมทริกซ์การแปลงระหว่างแกนอ้างอิงที่ 2 เทียบกับแกนอ้างอิงที่ 0 คือ

$${}^0_2T = \begin{bmatrix} c\Delta_1 c\Delta_2 - s\Delta_1 s\Delta_2 c_\gamma & -c\Delta_1 s\Delta_2 - s\Delta_1 c\Delta_2 c_\gamma & s\Delta_1 s_\gamma & a_0 c\Delta_1 \\ s\Delta_1 c\Delta_2 + c\Delta_1 s\Delta_2 c_\gamma & -s\Delta_1 s\Delta_2 + c\Delta_1 c\Delta_2 c_\gamma & -c\Delta_1 s_\gamma & a_0 s\Delta_1 \\ s\Delta_2 s_\gamma & c\Delta_2 s_\gamma & c_\gamma & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

เพื่อความสะดวกในการวิเคราะห์อินเวอร์สคิเนแมติกส์ จะขอกำหนดค่ามุม $\gamma = -\frac{\pi}{2}$ ซึ่งเป็นค่ามุมที่กำหนดในแบบวิศวกรรม จะได้เมทริกซ์การแปลงระหว่างแกนอ้างอิงที่ 2 เทียบกับแกนอ้างอิงที่ 0 ของหุ่นยนต์เป็น

$${}^0_2T = \begin{bmatrix} c\Delta_1 c\Delta_2 & -c\Delta_1 s\Delta_2 & -s\Delta_1 & a_0 c\Delta_1 \\ s\Delta_1 c\Delta_2 & -s\Delta_1 s\Delta_2 & c\Delta_1 & a_0 s\Delta_1 \\ -s\Delta_2 & -c\Delta_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

ทำการสมมติข้อต่อที่ 3 ของหุ่นยนต์ซึ่งเป็นข้อต่อเลื่อนที่
ดังแสดงในรูปที่ 11 แล้วทำการติดแกนอ้างอิงที่ 3 เข้าที่
ข้อต่อตัวใหม่นี้โดยให้จุดกำเนิดทับกับตำแหน่งของ
อนุภาคที่กำลังติดตาม ทำให้สามารถเขียนเมทริกซ์การ
แปลงของแกนอ้างอิงที่ 3 เทียบกับแกนอ้างอิงที่ 2 ได้เป็น

$${}^2T = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & d_x \\ 0 & 1 & 0 & d_y \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

ดังนั้นจะได้เมทริกซ์การแปลงของแกนอ้างอิงที่ 3 เทียบ
กับแกนอ้างอิงที่ 0

$${}^0T = {}^0T_2 {}^2T_3$$

$$= \begin{bmatrix} c\Delta_1 c\Delta_2 & -c\Delta_1 s\Delta_2 & -s\Delta_1 & a_0 c\Delta_1 \\ s\Delta_1 c\Delta_2 & -s\Delta_1 s\Delta_2 & c\Delta_1 & a_0 s\Delta_1 \\ -s\Delta_2 & -c\Delta_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & d_x \\ 0 & 1 & 0 & d_y \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} c\Delta_1 c\Delta_2 & -c\Delta_1 s\Delta_2 & -s\Delta_1 & c\Delta_1 (c\Delta_2 d_x - s\Delta_2 d_y + a_0) \\ s\Delta_1 c\Delta_2 & -s\Delta_1 s\Delta_2 & c\Delta_1 & s\Delta_1 (c\Delta_2 d_x - s\Delta_2 d_y + a_0) \\ -s\Delta_2 & -c\Delta_2 & 0 & -s\Delta_2 d_x - c\Delta_2 d_y \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (49)$$

กำหนดให้จุดที่ต้องการติดตามมีพิกัดเทียบกับแกนอ้างอิง
ที่ 0 เป็น (X_t, Y_t, Z_t) แล้วทำการเปรียบเทียบกับส่วนของ
การเคลื่อนที่ของเมทริกซ์การแปลงตามสมการที่ (49)

$$c\Delta_1 (c\Delta_2 d_x - s\Delta_2 d_y + a_0) = X_t \quad (50)$$

$$s\Delta_1 (c\Delta_2 d_x - s\Delta_2 d_y + a_0) = Y_t \quad (51)$$

$$-s\Delta_2 d_x - c\Delta_2 d_y = Z_t \quad (52)$$

คำนวณหามุมข้อต่อที่ 1 (θ_1) โดยนำสมการที่ (51) หาร
สมการที่ (50)

$$\theta_1 = a \tan 2(Y_t, X_t) - \Delta\theta_1 \quad (53)$$

คำนวณหามุมของข้อต่อที่ 2 (θ_2) จากสมการที่ (53) จัด
รูปใหม่ได้เป็น

$$c\Delta_2 d_x - s\Delta_2 d_y = \frac{Y_t}{s\Delta_1} - a_0 \quad (54)$$

$$s\Delta_2 d_x + c\Delta_2 d_y = -Z_t \quad (55)$$

แทนค่าคงที่ด้านขวามือของสมการที่ (54) และ (55) ด้วย
ค่าคงที่ A และ B ตามลำดับ

$$c\Delta_2 d_x - s\Delta_2 d_y = A \quad (56)$$

$$s\Delta_2 d_x + c\Delta_2 d_y = B \quad (57)$$

นำสมการที่ (56) และ (57) ยกกำลังสอง

$$c\Delta_2^2 d_x^2 + s\Delta_2^2 d_y^2 - 2s\Delta_2 c\Delta_2 d_x d_y = A^2 \quad (58)$$

$$s\Delta_2^2 d_x^2 + c\Delta_2^2 d_y^2 + 2s\Delta_2 c\Delta_2 d_x d_y = B^2 \quad (59)$$

นำสมการที่ (58) และ (59) มารวมกัน

$$d_x^2 + d_y^2 = A^2 + B^2 \quad (60)$$

เมื่อกำหนดค่า d_y ล่วงหน้าเพื่อให้วัตถุปรากฏอยู่ใน
ระดับเดียวกับกล้อง จะสามารถคำนวณหาระยะ d_x ของ
ข้อต่อเลื่อนสมมติจาก

$$d_x = \sqrt{A^2 + B^2 - d_y^2} \quad (61)$$

เมื่อทราบระยะ d_x แล้วสมการที่ (56) และ (57) สามารถ
เขียนในรูปแบบเมทริกซ์

$$\begin{bmatrix} d_x & -d_y \\ d_y & d_x \end{bmatrix} \begin{bmatrix} c\Delta_2 \\ s\Delta_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A \\ B \end{bmatrix} \quad (62)$$

ซึ่งสามารถหาคำตอบได้เป็น

$$\begin{bmatrix} c\Delta_2 \\ s\Delta_2 \end{bmatrix} = \frac{1}{d_x^2 + d_y^2} \begin{bmatrix} d_x & d_y \\ -d_y & d_x \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A \\ B \end{bmatrix} \quad (63)$$

และสามารถหาคำตอบ θ_2 ได้จาก

$$\theta_2 = a \tan 2(s\Delta_2, c\Delta_2) - \Delta\theta_2 \quad (64)$$

ผลการคำนวณค่ามุมข้อต่อ θ_1 และ θ_2 จะใช้เป็นคำสั่ง
สำหรับตัวควบคุมหุ่นยนต์เพื่อสั่งงานให้หุ่นยนต์เคลื่อนที่
ติดตามวัตถุได้

8. ผลการทดลอง

อุปกรณ์และเครื่องมือที่ใช้ในการทดลอง ได้แก่

- 1) คอมพิวเตอร์เวิร์กสเตชันยี่ห้อ HP รุ่น XW4200 ใช้
หน่วยประมวลผลกลาง Pentium 4 ความเร็ว 3.40
GHz มีหน่วยความจำขนาด 1 GB
- 2) กล้องวีดีโอโปรเกรสซีฟสแกนชนิดสีเทายี่ห้อ JAI รุ่น
CV-A11 อัตราเฟรม 30 Hz ขนาดความละเอียด
648×492 จุดภาพ จำนวน 2 ชุด
- 3) แผ่นวงจรจับภาพรุ่น PC2-Vision ของบริษัท
Coreco Imaging Inc. พร้อมสายเคเบิล 1 ชุด

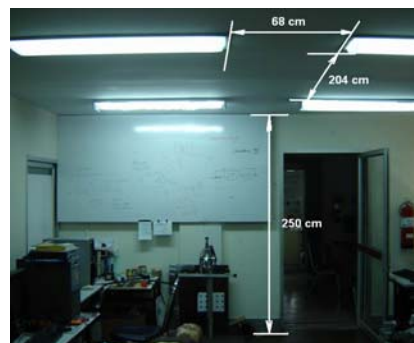
- 4) แผ่นวงจรแปลงสัญญาณแอนะล็อกเป็นดิจิทัลและสัญญาณดิจิทัลเป็นแอนะล็อกยี่ห้อ Sensoray รุ่น 626 จำนวน 2 ชุด
- 5) มอเตอร์ไฟฟ้ากระแสตรง ยี่ห้อ Faulhaber พร้อมเพื่อกดและอุปกรณ์วัดมุม จำนวน 2 ชุด
- 6) ชุดขยายกระแสไฟฟ้าขั้วมอเตอร์กระแสตรง ยี่ห้อ Copley รุ่น 4122P
- 7) โปรแกรม Visual C++ 6.0 ของบริษัท Microsoft Corporation
- 8) ซอฟต์แวร์ OpenCV v5.0 beta ของบริษัท Intel Corporation

ผลการทดลองที่กล่าวถึงจะแบ่งเป็น 3 ส่วนหลัก ได้แก่ ผลการทดลองการสอบเทียบหุ่นยนต์และระบบกล้องสองตัวพร้อมกัน การทดลองการติดตามอนุภาค และการทดลองความผิดพลาดสัมพัทธ์แบบสถิติ ก่อนทำการสอบเทียบผู้ใช้จะต้องทำการปรับระยะห่างและทิศทางระหว่างกล้องทั้งสอง รวมถึงระยะโฟกัสของเลนส์ให้อยู่ในตำแหน่งที่ได้ภาพกระดานสอบเทียบอย่างชัดเจน ซึ่งผู้วิจัยได้สร้างขึ้นโดยการพิมพ์ลายตารางหมากรุกจำนวน 8×12 ช่อง แต่ละตาเป็นรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสขนาด 20×20 มิลลิเมตรด้วยเครื่องพิมพ์เลเซอร์ มีลักษณะดังในรูปที่ 3(a) ผู้วิจัยได้สร้างโปรแกรมประยุกต์ซึ่งถูกออกแบบมาให้ผู้ใช้สามารถทำการสอบเทียบหุ่นยนต์และกล้องได้ง่ายและมีลำดับขั้นตอนที่แน่นอน เมื่อเข้าสู่โปรแกรมในส่วนของการสอบเทียบหุ่นยนต์และกล้อง ผู้ใช้จะต้องทำการปรับตำแหน่งข้อต่อของหุ่นยนต์ผ่านทางส่วนติดต่อผู้ใช้ เพื่อให้ภาพของกระดานสอบเทียบมีลักษณะตามที่โปรแกรมได้แสดงภาพตัวอย่างประกอบไว้ในแต่ละขั้นตอน โปรแกรมได้กำหนดให้มีการถ่ายภาพทั้งหมด 7 จังหวะด้วยกัน โดย 4 จังหวะแรกเป็นการเคลื่อนชุดกล้องและให้กระดานสอบเทียบอยู่กับที่และอีก 3 ขั้นตอนหลังให้ชุดกล้องอยู่กับที่แต่ให้มีการเคลื่อนที่กระดานสอบเทียบแทน ในแต่ละจังหวะจะถ่ายภาพ และคำนวณหาตำแหน่งจุดควบคุมทั้งหมดบนภาพทั้งสอง รวมถึงบันทึกข้อมูลข้อต่อของหุ่นยนต์ทั้งสองแกน เมื่อครบ

ทั้ง 7 จังหวะแล้ว โปรแกรมจะเริ่มทำการคำนวณค่าพารามิเตอร์ตามลำดับข้างต้น

ในการทดลองนี้จะใช้ค่าเริ่มต้นของพารามิเตอร์หุ่นยนต์สำหรับการหาค่าต่ำสุดไม่เชิงเส้นเป็น $a_0 = 38.0$ มิลลิเมตร, $\gamma = -\pi/2$ เรเดียน, $\Delta\theta_1 = \Delta\theta_2 = 0.0$ เรเดียน โดยทำการวางกระดานสอบเทียบที่ระยะ 85 เซนติเมตรจากกล้องโดยประมาณ การสอบเทียบจะเป็นการคำนวณค่าพารามิเตอร์ของกล้องและหุ่นยนต์ที่มีความเหมาะสมกับข้อมูลที่วัดได้จากขั้นตอนการสอบเทียบทั้ง 7 จังหวะมากที่สุด และจะทำทั้งหมด 8 ครั้ง

ผลการทดลองในส่วนที่สอง คือผลการทดลองการติดตามอนุภาค 3 มิติ โดยจะเป็นผลการคำนวณพิกัด 3 มิติที่ได้จากการติดตามเป้าหมายสังเคราะห์ โดยการทดลองทั้งหมดทำภายใต้แสงสว่างของห้องปกติซึ่งประกอบด้วยแสงจากหลอดฟลูออเรสเซนต์ 36 วัตต์ คู่จำนวน 4 ชุดบนเพดานซึ่งสูงจากพื้น 250 เซนติเมตร ดังแสดงในรูปที่ 12



รูปที่ 12 สภาพแวดล้อมในการทดลอง

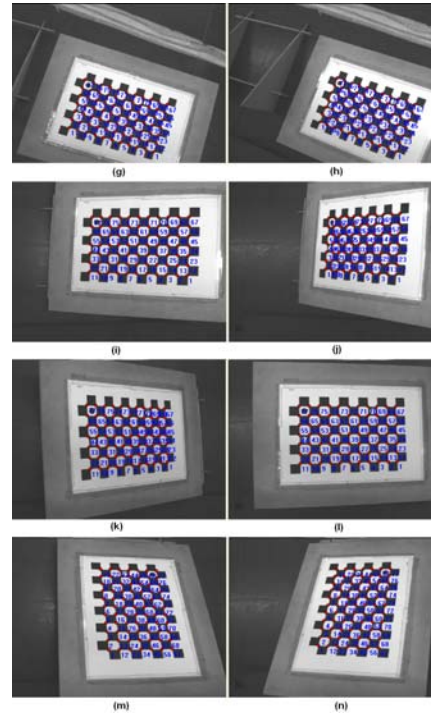
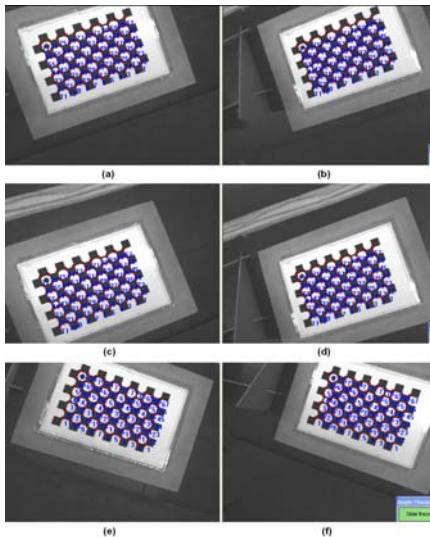
ค่าผิดพลาดที่จะพิจารณาในการทดลองนี้จะแบ่งเป็น 2 แบบ โดยแบบแรกคือค่าผิดพลาด 2 มิติซึ่งเป็นค่าผิดพลาดบนภาพดิจิทัล โดยจะเปรียบเทียบตำแหน่งลักษณะมุมบนภาพกระดานสอบเทียบที่ได้จากการวัดซึ่งมีลักษณะเป็นตาหมากรุก และจุดภาพที่ได้จากการคำนวณทางคณิตศาสตร์โดยอาศัยสมการการฉายประกอบกับพารามิเตอร์ของกล้อง จากตำแหน่งจุดควบคุมทั้ง 77 จุดของตาหมากรุกจะสามารถคำนวณหาผลรวมค่าผิดพลาด 2 มิติที่ได้จากการสอบเทียบทั้ง 7 จังหวะได้

ค่าผิดพลาดแบบที่สองคือ ค่าผิดพลาด 3 มิติ โดยจะทำการเปรียบเทียบค่าพิกัด 3 มิติของจุดมุมบนกระดานสอเทียบซึ่งทราบพิกัดที่แน่นอนจากการสร้าง ภายใต้ข้อสันนิษฐานที่ว่ากระดานสอเทียบมีความเรียบมากทำให้ค่าพิกัด z ของจุดมุมบนกระดานสอเทียบมีค่าเป็นศูนย์และจุด 3 มิติที่ได้จากการคำนวณทางคณิตศาสตร์จากกล้องทั้งสอง ค่าผิดพลาดที่ได้จะเป็นค่าผิดพลาดสัมพัทธ์กับกระดานสอเทียบ

8.1 ผลการทดลองการสอบเทียบหุ่นยนต์และระบบกล้องสอง ตัวพร้อมกัน

จะเป็นการทดลองเพื่อทำการหาพารามิเตอร์ภายในและภายนอกของกล้องรวมถึงหุ่นยนต์ โดยอาศัยข้อมูลจุดควบคุมบนกระดานสอเทียบบนภาพถ่ายทั้ง 7 จังหวะ จากพารามิเตอร์ที่ได้ประกอบกับข้อมูลจุดควบคุมบนภาพ จะสามารถทำการฉายกลับเพื่อคำนวณหาพิกัด 3 มิติของจุดควบคุมบนกระดานสอเทียบใน 4 จังหวะแรกที่กระดานสอเทียบอยู่กับที่ (เนื่องจากแกนอ้างอิงวัตถุบนกระดานสอเทียบใน 4 จังหวะแรกเป็นตำแหน่งเดียวกับแกนอ้างอิงโลก) ผลการทดลองแสดงในตารางที่

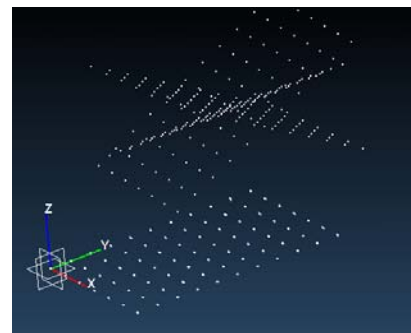
2



รูปที่ 13 ภาพกระดานสอเทียบที่ถ่ายได้ในการสอบเทียบจังหวะที่ 1 ถึง 7 ตามลำดับพร้อมตำแหน่งจุดควบคุมที่วัดได้จากการสอบเทียบ หุ่นยนต์และระบบกล้องสองตัวพร้อมกัน (ครั้งที่ 1)

ตารางที่ 2 ผลการสอบเทียบหุ่นยนต์และระบบกล้องสองตัวพร้อมกันที่ กระทำทั้ง 8 ครั้ง

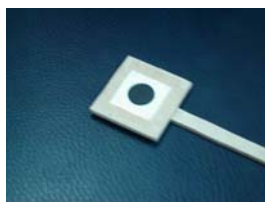
ครั้งที่	ค่าผิดพลาด 3 มิติสูงสุด (มิลลิเมตร)	ค่าผิดพลาด 3 มิติเฉลี่ย (มิลลิเมตร)
1	0.983	0.531
2	0.978	0.415
3	0.902	0.436
4	0.650	0.264
5	0.658	0.238
6	0.746	0.370
7	0.851	0.420



รูปที่ 14 ผลลัพธ์จากการคำนวณค่าพิกัด 3 มิติในการ
สอบเทียบหุ่นยนต์ และระบบกล้องสองตัวพร้อมกัน (ครั้ง
ที่ 1)

8.2 ผลการทดลองการติดตามอนุภาค

เนื่องจากอัตราเฟรมสูงสุดของกล้องที่ใช้ในวิจัยนี้มี
ค่าประมาณ 30 Hz หมายความว่า จะต้องใช้เวลาในการ
ได้ข้อมูลภาพ 33.33 มิลลิวินาที เมื่อรวมกับเวลาในการ
ประมวลผลภาพจะทำให้อัตราการติดตามที่เป็นไปได้มีค่า
น้อยกว่า 30 Hz สมมติว่าถ้าต้องการอัตราการติดตาม
10 Hz ตามแผนภาพในรูปที่ 10 งานที่ต้องทำในวงรอบ
นอกจะต้องเสร็จภายในเวลา 100 มิลลิวินาที ซึ่งจะเหลือ
เวลาในการประมวลผลภาพ แสดงผลภาพและคำนวณ
ต่างๆ ประมาณ 66.67 มิลลิวินาที แนวทางหนึ่งในการ
เพิ่มอัตราการติดตามคือการลดเวลาประมวลผลภาพซึ่ง
เป็นส่วนที่ใช้เวลามากที่สุด เพื่อให้ได้อัตราการติดตาม
ที่มากพอ การคำนวณตำแหน่งอนุภาคบนภาพจะต้องใช้
เวลาในการประมวลผลน้อย และเนื่องจากผู้วิจัยต้องการ
ให้ระบบสามารถทำการติดตามอนุภาคได้แม้เคลื่อนที่ใน
สถานะแวดล้อมที่ไม่ได้จัดไว้ล่วงหน้า ซึ่งจะเกิดปัญหาใน
เรื่องการประมวลผลภาพที่ต้องรับมือกับการเปลี่ยนแปลง
ของฉากหลัง ผู้วิจัยจึงเลือกใช้เป้าหมายที่มีลักษณะเป็น
รูปวงกลมดังในรูปที่ 15 เพราะสามารถประมวลผลภาพ
ได้ง่ายและโดยทั่วไปไม่มีความเป็นเอกลักษณ์เมื่อเทียบกับ
ฉากหลัง จากการทดลองเขียนโปรแกรมทดสอบ ระบบ
สามารถทำงานที่อัตราการติดตาม 10 Hz โดยเลือกใช้
อัตราการสุ่มของวงรอบการควบคุมที่ 200 Hz



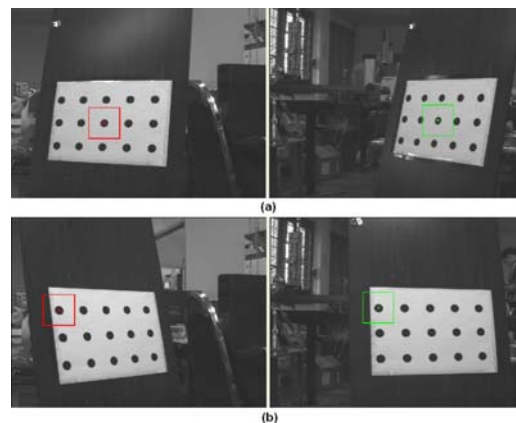
รูปที่ 15 ลักษณะของเป้าหมายที่ใช้ในการติดตาม
อนุภาค มีลักษณะเป็น รูปวงกลมขนาดเส้นผ่าน
ศูนย์กลาง 20 มิลลิเมตร

8.3 ผลการทดลองความผิดพลาดสัมพัทธ์แบบสถิติ

เพื่อทดสอบความผิดพลาดสัมพัทธ์แบบสถิตินอก
บริเวณที่ทำการสอบเทียบกล้องและหุ่นยนต์ ผู้วิจัยได้
สร้างเป้าหมายสังเคราะห์โดยการพิมพ์รูปวงกลมขนาด
เดียวกับเป้าหมายในรูปที่ 15 เป็นวงกลมขนาดเส้นผ่าน
ศูนย์กลาง 20 มิลลิเมตร จำนวน 3x5 รูป พิมพ์บน
กระดาษขนาด A4 ด้วยเครื่องพิมพ์เลเซอร์ โดย
กำหนดให้จุดศูนย์กลางของแต่ละวงกลมที่ใกล้กันที่สุด
ห่างกัน 60 มิลลิเมตร แล้วนำมาติดบนกระดาษเรียบดัง
แสดงในรูปที่ 17



รูปที่ 16 การทดลองทำการติดตามอนุภาค



สังเคราะห์ (a) ครั้งที่ 1 (b) ครั้งที่ 2

รูปที่ 17 การทดลองทำการติดตามอนุภาคโดยใช้
กระดาษเป้าหมาย

หลังจากนั้นวางกระดาษเป้าหมายสังเคราะห์นี้ให้
ปรากฏบนภาพทั้งสองกล้อง แล้วทำการเปิดโปรแกรม
ประยุกต์เพื่อเข้าสู่ส่วนของการติดตามเพื่อทำการคำนวณ
พิกัด 3 มิติของจุดศูนย์กลางของแต่ละรูปวงกลม
เนื่องจากบนกระดาษมีเป้าหมายจำนวนมาก ถ้าหากให้

โปรแกรมทำการค้นหาเองจะเกิดความผิดพลาดในการค้นหา ดังนั้นจึงต้องกำหนดหน้าต่างค้นหาเริ่มต้นบนภาพทั้งสองก่อนโดยล้อมรอบเป้าหมายที่ละตำแหน่ง แล้วทำการบันทึกผลการคำนวณพิกัด 3 มิติจนครบทั้ง 15 จุด ผู้วิจัยได้เปลี่ยนตำแหน่งของกระดานเป้าหมายสังเคราะห์รวม 2 ตำแหน่ง แล้วคำนวณระยะทางยูคลิเดียน (Euclidean distance) ระหว่างรูวงกลมสองรูปที่ใกล้กันที่สุดซึ่งมีทั้งหมด 22 คู่ ระยะทางยูคลิเดียนที่ได้ควรจะมีค่าเท่ากับ 60 มิลลิเมตร ผลการวัดและคำนวณได้แสดงไว้ในตารางที่ 3 และ 4

จุดต้น	จุดปลาย	ระยะทางยูคลิเดียน (มิลลิเมตร)		ค่าผิดพลาด (มิลลิเมตร)		
		ตำแหน่งที่ 1	ตำแหน่งที่ 2	ตำแหน่งที่ 1	ตำแหน่งที่ 2	
1	2	59.674	60.384	0.326	0.384	
2	3	60.512	60.638	0.612	0.462	
3	4	59.899	60.234	0.102	0.234	
4	5	60.206	59.967	0.206	0.033	
6	7	60.308	60.724	0.308	0.276	
7	8	60.206	60.980	0.206	0.020	
8	9	59.404	60.452	0.596	0.452	
9	10	60.184	59.414	0.184	0.586	
11	12	59.470	59.602	0.820	0.207	
12	13	59.301	59.852	0.699	0.148	
13	14	60.387	59.582	0.387	0.418	
14	15	60.389	60.283	0.611	0.717	
1	6	60.748	60.263	0.748	0.263	
2	7	60.349	60.302	0.349	0.302	
3	8	60.110	60.256	0.110	0.256	
4	9	60.038	60.629	0.038	0.629	
5	10	60.515	60.439	0.515	0.439	
6	14	60.026	60.297	0.026	0.297	
7	12	60.467	60.417	0.467	0.417	
8	13	60.055	59.984	0.055	0.016	
9	14	60.395	59.879	0.395	0.121	
10	15	59.809	60.066	0.191	0.066	
				ค่าผิดพลาดเฉลี่ย	0.347	0.297
				ค่าผิดพลาดสูงสุด	0.830	0.717

9. บทสรุป

ตารางที่ 3 ผลการคำนวณพิกัด 3 มิติของจุดศูนย์กลางของรูวงกลมทั้ง 15 รูป บนกระดานเป้าหมายสังเคราะห์ ตำแหน่งที่ 1 และตำแหน่งที่ 2

การทดลองการสอบเทียบหุ่นยนต์และกล้องพร้อมกันได้ผลการคำนวณหาพิกัด 3 มิติแสดงผลแบบกราฟิกในรูปที่ 14 จะเห็นว่าตำแหน่งของกระดานสอบเทียบใน 4 จังหวะแรกเกือบจะทับกันสนิท เนื่องจากการสอบเทียบ 4 จังหวะแรกไม่ได้ทำการเคลื่อนย้ายกระดานสอบเทียบ ส่วนกลุ่มของจุดที่ลอยอยู่ด้านบนคือตำแหน่งจุดมุมบนกระดานสอบเทียบในจังหวะที่ 5, 6 และ 7 และเมื่อพิจารณาข้อมูลตัวเลขจากการทดลองสอบเทียบ 7 ครั้งดังแสดงในตารางที่ 2 ได้ค่าผิดพลาด 3 มิติสูงสุดได้ 0.983 มิลลิเมตร และค่าผิดพลาดเฉลี่ย 0.531 มิลลิเมตร หมายถึงค่าผิดพลาด 3 มิติที่กล่าวถึงทั้งหมดเป็นค่าผิดพลาดที่สัมพันธ์กับกระดานสอบเทียบโดยสันนิษฐานว่ากระดานสอบเทียบมีความถูกต้อง

จุดที่	กระดานเป้าหมายสังเคราะห์					
	ตำแหน่งที่ 1			ตำแหน่งที่ 2		
	X	Y	Z	X	Y	Z
1	1054.644	8.026	849.079	858.584	24.364	844.760
2	1023.868	43.084	847.755	888.815	27.906	844.654
3	992.298	94.696	846.646	946.274	80.733	844.945
4	961.697	146.127	845.786	945.342	133.489	845.052
5	930.689	197.780	844.894	973.526	186.420	845.187
6	1044.520	15.536	789.653	849.169	18.887	785.489
7	1012.343	35.467	789.098	877.319	23.786	785.748
8	981.057	87.093	788.100	905.864	86.539	785.880
9	951.159	138.326	787.181	934.847	139.605	785.760
10	920.090	189.826	785.848	962.888	191.069	785.952
11	1032.181	22.800	731.349	830.644	13.083	726.233
12	1004.695	27.844	730.342	867.796	39.409	726.689
13	974.824	79.447	729.285	896.425	92.473	726.969
14	944.425	130.688	728.240	923.775	144.950	727.454
15	914.492	181.899	727.442	951.724	197.222	727.468

ตารางที่ 4 ผลการคำนวณระยะทางยูคลิเดียนระหว่างจุดศูนย์กลางของรูวงกลมสองรูปที่ใกล้กันที่สุด

สำหรับในส่วนของการติดตามสามารถทำอัตราการติดตามได้ 10 Hz และผลการทดสอบค่าผิดพลาดสถิตในการใช้กระดานเป้าหมายสังเคราะห์แสดงในตารางที่ 3 และ 4 ให้ค่าผิดพลาดสูงสุดมีค่า 0.830 และ 0.717 มิลลิเมตรตามลำดับโดยทำการวัดที่ช่วงระยะประมาณ 0.85 -1.00 เมตร การทดลองนี้เป็นการทดสอบความถูกต้องในการคำนวณหาพิกัด 3 มิติ นอกเหนือจากบริเวณที่ทำการสอบเทียบ จากผลการทดลองทั้งหมดจะสรุปได้ว่าระบบหุ่นยนต์และกล้องสองตัวนี้มีค่าผิดพลาดในการหาพิกัด 3 มิติของอนุภาคสูงสุดประมาณ 1 มิลลิเมตร ภายใต้สภาพแวดล้อมในห้องที่มีการให้แสงสว่างของหลอดฟลูออเรสเซนต์ดังแสดงในรูปที่ 12 โดย

ทำการวัดในช่วงระยะ 0.85 ถึง 1.00 เมตร และสามารถทำการติดตามอนุภาคที่ตั้งแสดงในรูปที่ 15 ได้ด้วยอัตราการติดตาม 10 Hz

10. เอกสารอ้างอิง

- [1] Trucco, E., and Verri, A. Introductory Techniques for 3-D computer vision (n.p.) : Prentice Hall, 1998.
- [2] Gonzalez, R.C., and Woods, R.E. Digital Image Processing (n.p.): Addison-Wesley, 1992.
- [3] Forsyth, D.A., Ponce, J. Computer Vision: A Modern Approach (n.p.): Prentice Hall, 2003.
- [4] Zhang, Z. A Flexible New Technique for Camera Calibration. IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence, 22,11 (n.d.): 1330-1334.
- [5] Hartley, R., and Zisserman, A. Multiple View Geometry in computer vision. Second edition : Cambridge University Press, 2003.
- [6] Tsai, R.Y. A Versatile Camera Calibration Technique for High-Accuracy 3D Machine Vision Metrology using off-the-shelf TV Cameras and Lenses. IEEE Journal of Robotics and Automation, 3, 4 (August 1987) : 323-344.
- [7] Craig, J.J. Introduction to Robotics Mechanics and Control. Third edition. USA : Pearson Prentice Hall, 2005.
- [8] Shiu, Y.C., and Ahmad, S., Calibration of Wrist-Mount Robotics Sensors by Solving Homogeneous Transform Equations of the Form $AX = XB$. IEEE Transactions on Robotics and Automation, 5, 1 (February 1989) : 16-29.
- [9] Tsai, R.Y., and Lenz, R.K. A New Technique for Fully Autonomous and Efficient 3D Robotics Hand/Eye Calibration. IEEE Transactions on Robotics and Automation, 5, 3 (June 1989) : 345-358.
- [10] Daniilidis, K. Hand-Eye Calibration Using Dual Quaternions. International Journal Robotics Research, 18 (1999) : 286-298.
- [11] Cuevas, E., Zaldivar, D., and Rojas, R. Kalman filter for vision tracking [Online]. (n.d.) Available from: <http://page.mi.fu-berlin.de/~zaldivar/files/tr-b-05-12.pdf> [2005, January 14]
- [12] วิบูลย์ แสงวีระพันธุ์ศิริ การควบคุมระบบพลศาสตร์ พิมพ์ครั้งที่ 2. กรุงเทพมหานคร : สำนักพิมพ์จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย, 2548.
- [13] รัชทิน จันท์เจริญ. การควบคุมแขนกลแบบผสมระหว่างภาพและแรง. วิทยานิพนธ์ปริญญาดุษฎีบัณฑิต ภาควิชาวิศวกรรมเครื่องกล คณะวิศวกรรมศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย, 2542.
- [14] Rousseau, P., Desrochers, A., and Krouglicof, N. Machine Vision System for the Automatic Identification of Robot Kinematic Parameters. IEEE Transactions on Robotics and Automation, 17, 6 (December 2001) : 972-978.
- [15] Ravi, K., and Basu, A. An Active Technique for Piecewise Calibration of Robot Manipulators. Proceedings of the 1995 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and System : 501-506.
- [16] Jain, R., Kasturi, R., and Schunck B.G. Machine Vision. Singapore : McGRAW-HILL, 1995.
- [17] Intel Corporation. Open Source Computer Vision Library (Reference Manual) : December 2001
- [18] Baker, H. Computer Graphics with OpenGL. Third Edition. USA : Pearson Prentice Hall, 2004.
- [19] Glosch, B.K., Xi, N., Tarn, and T.J. Control in Robotics and Automation Sensor-Based



DRC

Integration. Series in Engineering. : Academic
Press, 1999.