

## การสอบเทียบระบบกลไกแขนกลแบบขนาน Calibration of a Parallel Mechanism Manipulator Arm

วิบูลย์ แสงวีระพันธุ์ศิริ และ เอกพจน์ สุทธรมมาตฤก

คณะวิศวกรรมศาสตร์ ภาควิชาวิศวกรรมเครื่องกล จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย 254 พญาไท ปทุมวัน กรุงเทพฯ 10330  
E-Mail: Viboon.S@eng.chula.ac.th , reverserp@eng.chula.ac.th , เบอร์โทรศัพท์ 0-2218-6610-1, เบอร์โทรสาร 0-2252-8889

### บทคัดย่อ

งานวิจัยนี้ศึกษาและหาวิธีการสอบเทียบสำหรับกลไกแขนกลนำ 6 องศาอิสระที่มีโครงสร้างแบบขนาน เพื่อปรับปรุงความแม่นยำให้กับระบบกลไกแบบขนานซึ่งใช้สำหรับการสร้างชิ้นงานต้นแบบ การสอบเทียบในงานวิจัยนี้จำกัดอยู่ที่การสอบเทียบระดับ 2 คือครอบคลุมเฉพาะความผิดพลาดที่เกิดจากขนาดทางกายภาพของแขนกล แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของกลไกที่สามารถใช้เพื่อการสอบเทียบหาค่าพารามิเตอร์มีอยู่ 2 แบบ คือ สมการคิเนแมติกส์ของกลไกและสมการจาโคเบียนของกลไก จากการเปรียบเทียบในแง่ของการจัดหาอุปกรณ์ภายนอกซึ่งจำเป็นในการสอบเทียบและความเหมาะสมกับระดับการสอบเทียบ พบว่าการใช้สมการคิเนแมติกส์สำหรับงานวิจัยนี้มีความเหมาะสมมากกว่าการใช้สมการจาโคเบียน โดยสมการคิเนแมติกส์ที่เลือกใช้คือ สมการฟอร์เวิร์ดคิเนแมติกส์ อุปกรณ์ภายนอกซึ่งจำเป็นต้องใช้ในการสอบเทียบในงานวิจัยนี้ คือ อุปกรณ์สอบเทียบ ซึ่งทำหน้าที่เสมือนอุปกรณ์ตรวจรู้ทางตำแหน่ง โดยการนำอุปกรณ์สอบเทียบดังกล่าววัดหาพิกัดตำแหน่งของจุดบนตัวมันเองด้วยเครื่องซีเอ็มเอ็ม จากนั้นจึงวัดหาตำแหน่งจุดดังกล่าวด้วยกลไกแขนกลนำ ซึ่งตำแหน่งที่ได้จากกลไกแขนกลนำกับตำแหน่งที่ได้จากเครื่องซีเอ็มเอ็มย่อมมีค่าแตกต่างกันอันเนื่องมาจากพารามิเตอร์ของกลไกที่คลาดเคลื่อนจากการสร้างและการประกอบ แล้วจึงประยุกต์การหาค่าที่เหมาะสมที่สุดกับผลต่างระหว่างค่าพิกัดที่ได้จากกลไกแขนกลนำกับเครื่องซีเอ็มเอ็ม งานวิจัยนี้ได้ทำการทดลองหาจำนวนพารามิเตอร์ที่เหมาะสมที่สุดสำหรับกลไกแขนกลนำ โดยพบว่าจำนวนพารามิเตอร์ที่ดีที่สุดอยู่ที่ 51 พารามิเตอร์ จากนั้นจึงได้ทำการทดลองความแม่นยำของกลไกโดยใช้พารามิเตอร์ 51 ตัว โดยการวัดตำแหน่งบนอุปกรณ์สอบเทียบ 16 จุด พบว่า ความแม่นยำของกลไกแขนกลนำทั้ง 3 แกน มีความละเอียดอยู่ที่ต่ำกว่า 1 มิลลิเมตร การเพิ่มจำนวนพารามิเตอร์ไม่สามารถเพิ่มความแม่นยำให้กับกลไกได้อีกเนื่องจาก ระยะเผื่อในเบร็ง ความผิดพลาดที่เกิดจากแรงกดจากการใช้เครื่องซีเอ็มเอ็ม วัดตำแหน่งอุปกรณ์สอบเทียบ การเปลี่ยนอุปกรณ์ตรวจรู้ให้มีความละเอียดยิ่งขึ้นและการใช้เทคนิคการสอบเทียบแบบอื่นๆ แทนการใช้อุปกรณ์สอบเทียบซึ่งอาจจะมีผลจากความผิดพลาดจากแรงกดที่ไม่เท่ากันในขั้นตอนการวัดหาตำแหน่งบนอุปกรณ์สอบเทียบด้วยเครื่องซีเอ็มเอ็ม น่าจะส่งผลให้ผลการสอบเทียบดีขึ้นได้อีก

**คำหลัก:** การสอบเทียบ, กลไกโครงสร้างขนาน, แสบดิก

## Abstract

This research covers the calibration method of a 6-DOF parallel mechanism manipulator arm. The calibration process is done in order to improve the accuracy of this arm which typically used as a master arm for rapid prototyping process in manufactured type of process. In this research, the level-2 calibration, covering only the errors of the physical of mechanism such as link, joint, etc, are considered. In general, two mathematics models, kinematics and Jacobian, were concerned in order to obtain the related parameters of the mechanism. With respect to the external calibration devices, the forward kinematics is more appropriate to be used. A calibration object which is an external device developed in this work, consists of many known fixed referenced points, is used in the calibration process. The errors between the known referenced points and the measurement using the robot arm are recorded. The parameters in the manipulator arm are analyzed and adjusted until the best results, based on minimizing of the least square error, are presented. In this research, the number of parameters that provide suitable result are found. The most suitable set of parameter consists of 51 parameters. According to the test on 16 reference points, the accuracy of the master arm is better than 1 mm. However, to increase the number of the parameters, the accuracy could not be improved because some errors are existed. These errors deal with some uncertainties, for example the clearance in bearings and improper measurements using CMM. Because, the force exerted, during measurements using CMM, lead to some deformation and error. Some statistical method may be needed to improve the accuracy in the measurement.

## 1. บทนำ

เครื่องจักรหรืออุปกรณ์ที่ใช้ในงานอุตสาหกรรม การผลิตขั้นสูง สิ่งที่สำคัญที่สุดอย่างหนึ่งก็คือ ความละเอียดแม่นยำในการทำงาน ความละเอียดนี้ขึ้นอยู่กับลักษณะงานที่เครื่องจักรหรืออุปกรณ์นั้นๆเกี่ยวข้อง บางงานต้องการความละเอียดระดับเซนติเมตร บางงานก็ระดับมิลลิเมตร เทคนิคการสอบเทียบเข้ามามีส่วนช่วยเพิ่มความแม่นยำของเครื่องจักร และยังเมื่อผ่านการใช้งานไประยะหนึ่งค่าเริ่มต้นต่างๆที่เกี่ยวข้องกับอุปกรณ์หรือเครื่องจักรนั้น มักมีการเปลี่ยนแปลงหรือผิดไปจากค่าเดิม การสอบเทียบก็จะมีส่วนสำคัญในการปรับแต่งเครื่องจักรหรืออุปกรณ์นั้นให้กลับมามีความแม่นยำอีกครั้ง งานวิจัยนี้ได้ศึกษาหาเทคนิคการสอบเทียบสำหรับแขนกลแบบขนานที่มีหกองศาอิสระ ซึ่งใช้เป็นแขนกลนำในระบบกลไกสร้างชิ้นงานต้นแบบแบบเร็ว [6] ที่ทางห้องปฏิบัติการวิจัยเทคโนโลยีขั้นสูงได้ทำการพัฒนาขึ้นโดยมีแขนกลแบบขนานในตระกูล เอช-4 ที่มีห้าองศาอิสระ ทำหน้าที่เป็นแขนกลตาม

เพื่อพัฒนาเครื่องดังกล่าวให้มีขีดความสามารถในระดับอุตสาหกรรมจริงและเพื่อเป็นการสร้างองค์ความรู้ด้านการสอบเทียบให้กับงานวิจัยที่จะสร้างหุ่นยนต์หรือเครื่องจักรซึ่งต้องการความแม่นยำทางตำแหน่งระดับสูง การสอบเทียบสามารถแบ่งได้เป็น 3 ระดับ ซึ่งในที่นี้ได้ศึกษาถึงระดับ 2 เป้าหมายคือหาแบบจำลองทางจลนศาสตร์ของหุ่นยนต์ที่ถูกต้อง ตัวแปรสำคัญที่กำหนดความแม่นยำของแบบจำลองจลนศาสตร์คือ พารามิเตอร์ของหุ่นยนต์ เช่น ระยะห่างของข้อต่อ ความยาวแขนกล

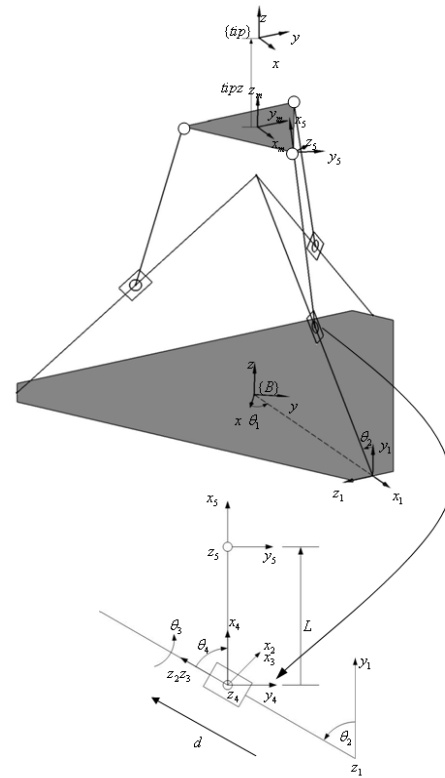
แนวทางการสอบเทียบจะเริ่มมาจากการกำหนดว่าจะใช้ความสัมพันธ์ทางคณิตศาสตร์ของหุ่นยนต์มาเป็นจุดเริ่มต้นในการคิดค้นเทคนิคการสอบเทียบ ซึ่งจาก [1]-[5] พบว่ามี 2 แนวทางหลักๆคือ ใช้สมการคิเนแมติกส์ของกลไก หรือ ใช้สมการจาโคเบียนของกลไก สมการคิเนแมติกส์ของกลไกแบ่งย่อยได้เป็น 2 ประเภทคือ สมการฟอร์เวิร์ดคิเนแมติกส์และสมการอินเวิร์ดคิเนแมติกส์ ในส่วนของสมการจาโคเบียนของ

กลไกก็สามารถแบ่งย่อยได้เป็น 2 ประเภท คือ สมการจาโคเบียนในรูปแบบของความสัมพันธ์ระหว่างแรงที่ปลายแขนกับแรงในข้อต่อของกลไกและสมการจาโคเบียนในรูปแบบของความสัมพันธ์ระหว่างความเร็วที่ปลายแขนกับความเร็วที่ข้อต่อของกลไก การจัดหาอุปกรณ์ภายนอกที่จำเป็นเพื่อใช้ในการสอบเทียบสำหรับทั้ง 4 วิธีเป็นดังนี้ การใช้สมการฟอร์เวิร์ดคิเนแมติกส์ต้องการอุปกรณ์วัดภายนอกที่สามารถระบุตำแหน่งปลายแขนกลไก การใช้สมการอินเวิร์ดคิเนแมติกส์จะต้องจัดหาอุปกรณ์วัดที่สามารถระบุได้ทั้งตำแหน่งและทิศทางการหมุนของเฟรมที่ปลายแขนกลไก การใช้สมการจาโคเบียนในรูปแบบของความสัมพันธ์ระหว่างแรงที่ปลายแขนกับแรงในข้อต่อต้องการอุปกรณ์ภายนอกที่ใช้วัดแรงบิดในข้อต่อกับแรงกระทำที่ปลายแขน และสุดท้ายการใช้สมการจาโคเบียนในรูปแบบของความสัมพันธ์ระหว่างความเร็วที่ปลายแขนกับความเร็วที่ข้อต่อของกลไกต้องใช้อุปกรณ์ภายนอกสำหรับวัดความเร็วที่ปลายแขนกลไก

เมื่อพิจารณาในแง่ของต้นทุนในการจัดหาอุปกรณ์ภายนอก พบว่าการใช้สมการฟอร์เวิร์ดคิเนแมติกส์และสมการจาโคเบียนในรูปแบบของความสัมพันธ์ระหว่างความเร็วที่ปลายแขนกับความเร็วที่ข้อต่อมีความเหมาะสมมากที่สุดเนื่องจากอีก 2 วิธีที่เหลือต้องการอุปกรณ์วัดภายนอกที่มากกว่า

และเมื่อพิจารณาต่อไปในแง่ของความเหมาะสมกับระดับการสอบเทียบ พบว่าการใช้สมการฟอร์เวิร์ดคิเนแมติกส์เพื่อการสอบเทียบสามารถกระทำในขณะที่กลไกหยุดนิ่งอยู่กับที่ ในขณะที่การใช้สมการจาโคเบียนในรูปแบบของความสัมพันธ์ระหว่างความเร็วที่ปลายแขนกับความเร็วที่ข้อต่อต้องการทำการสอบเทียบในขณะที่กลไกมีการเคลื่อนที่ ซึ่งไม่สอดคล้องกับการสอบเทียบระดับ 2 ดังนั้นในงานวิจัยนี้จึงเลือกใช้สมการฟอร์เวิร์ดคิเนแมติกส์เป็นสมการสำหรับหาค่าพารามิเตอร์ต่างๆของแขนกล

## 2. สมการฟอร์เวิร์ดคิเนแมติกส์



○ ข้อต่อทรงกลม    □ ข้อต่อแบบเลื่อน + ข้อต่อยูนิเวอร์แซล

รูปที่ 1 เวกเตอร์และเฟรมต่างๆที่กำหนดไว้บนโครงสร้าง

จากรูปที่ 1 จะแสดงให้เห็นว่าแต่ละ Coordinate Frame ถูกวางอยู่อย่างไรโดยเริ่ม

ด้วยเฟรมที่ 0 ซึ่งติดอยู่ที่จุดศูนย์กลางของฐานของอุปกรณ์แฮบดิก

เฟรมที่ 1 ซึ่งติดอยู่ที่ปลายของก้านโยง (ใช้ทำหน้าที่เป็นแนวแกนให้ข้อต่อแบบเลื่อนเคลื่อนที่ตามแนวแกนนี้) ด้านที่ติดกับฐาน (ทำให้เกิดพารามิเตอร์แขนละ 2 ตัวคือ  $\theta_1$  และ  $r_b$ )

เฟรมที่ 2 หรือข้อต่อแบบเลื่อน เคลื่อนที่อยู่ในระนาบ xy ของ Coordinate Frame ที่ 1 แบบใหม่ปรับให้ระนาบ zx ของ Coordinate Frame ที่ 2 ไม่ซ้อนทับกับระนาบ xy ของ Coordinate Frame ที่ 1 โดยการหมุน Coordinate Frame ที่ 2 เดิมรอบแกน  $y_1$  ทำให้เกิดพารามิเตอร์  $\alpha_2$

เฟรมที่ 3 จะติดอยู่ที่ข้อต่อแบบยูนิเวอร์แซล มีพารามิเตอร์ คือ  $\theta_{03}$  ซึ่งเป็นค่าเริ่มต้นของข้อต่อแบบยูนิเวอร์แซล

จะเห็นว่าแกน  $z$  ของ Coordinate Frame ที่ 4 (หรือแกนหมุนของข้อต่อแบบหมุนตัวหนึ่งในข้อต่อแบบยูนิเวอร์แซล) ตั้งฉากกับระนาบ  $xy$  ของ Coordinate Frame ที่ 3 แบบใหม่ปรับให้แกน  $z$  ดังกล่าวไม่ตั้งฉากกับระนาบ  $xy$  ของ Coordinate Frame ที่ 3 โดยใช้การหมุนแบบออยเลอร์รอบแกน  $x$  และ  $y$  ตามลำดับ ทำให้เกิดพารามิเตอร์  $\gamma_2, \beta_2$

เฟรมที่ 5 ซึ่งติดอยู่กับปลายของก้านโยง (เกิดพารามิเตอร์  $L$  ซึ่งเป็นค่าความยาวของก้านโยง)

เฟรมที่ปลายแขน {tip} อยู่ตรงจุดกึ่งกลางของสามเหลี่ยมด้านเท่าที่มีด้านประกอบซึ่งเกิดจากปลายของก้านโยงทั้งสาม แต่เนื่องจากในความเป็นจริงแล้วปลายของก้านโยงทั้งสามไม่มีทางห่างเท่าๆกันเป็นสามเหลี่ยมด้านเท่า จึงปรับให้ Origin ของ Coordinate Frame M ซึ่งเดิมอยู่ตรงกึ่งกลางแผ่นสามเหลี่ยม ไปซ้อนทับอยู่กับ Coordinate Frame ที่ 5 ของขาที่ 1 และกำหนดพารามิเตอร์  $[tip_x \ tip_y \ tip_z]^T$  เพื่อเป็นเวกเตอร์บอกตำแหน่ง Coordinate Frame ที่ปลายแขน เทียบกับ Coordinate Frame M

### 3. การลดถอยแบบกำลังสองน้อยสุด

จากหัวข้อที่ 2 สมการพอร์เวิร์ดคิเนแมติกส์ที่อยู่ในรูปทั่วไป

$$y = f(q_i, x) \quad (1)$$

โดยที่

$y$  คือ เวกเตอร์บอกตำแหน่งปลายแขนหุ่นยนต์

$q_i$  คือเวกเตอร์บอกมุมที่ข้อต่อต่างๆ

$x$  คือเวกเตอร์พารามิเตอร์ต่างๆของหุ่นยนต์

สมการ (1) นี้เป็นระบบสมการที่ประกอบด้วย 3 สมการที่ไม่เป็นเชิงเส้น ซึ่งแต่ละสมการติดอยู่ในรูปของตัวแปรที่ไม่รู้ค่าซึ่งเป็นพารามิเตอร์ต่างๆของหุ่นยนต์ เช่น ความยาวแขนหุ่นยนต์ ในกรณีของกลไกแขนกลนำที่เราจะทำการสอบเทียบในงานวิจัยนี้ จำนวนพารามิเตอร์ที่ไม่ทราบค่ามีจำนวน 45 ตัว แต่หากรวมพารามิเตอร์ภายนอกที่จำเป็นต้องใช้เพื่อการสอบเทียบ จะมีถึง 51 ตัว ระบบสมการลักษณะนี้เรียกว่า โอเวอร์ดีเทอร์มีนซิสเต็ม (Overdetermined

system) คือ มีตัวแปรที่ไม่รู้ค่ามากกว่าจำนวนสมการ การหาพารามิเตอร์ที่ไม่ทราบค่าสำหรับระบบสมการที่อยู่ในลักษณะนี้ ใช้การประยุกต์ระเบียบวิธีการหาค่าที่เหมาะสมที่สุด (Optimization) เพื่อหาค่าที่น้อยที่สุดของ

$$s = \sum_1^n r_i^2 \quad (2)$$

โดยที่

$$r_i = \hat{y} - f(q_i, x) \quad (3)$$

เมื่อ  $\hat{y}$  คือเวกเตอร์บอกตำแหน่งปลายแขนหุ่นยนต์ที่ได้จากการวัดด้วยอุปกรณ์ภายนอกมี จากที่กล่าวมาข้างต้น ขอสรุปลักษณะของปัญหาการสอบเทียบแสบติดดังนี้

1.) เป็นระบบสมการที่เรียกว่า โอเวอร์ดีเทอร์มีนซิสเต็ม

2.) เป็นระบบสมการที่ไม่เป็นเชิงเส้น (Nonlinear system)

3.) เป็นการแก้ปัญหากำลังสองน้อยสุดของผลรวมของค่าความผิดพลาดระหว่างตำแหน่งปลายแขนแสบติดที่วัดได้กับตำแหน่งของปลายแขนแสบติดที่ได้จากสมการพอร์เวิร์ดคิเนแมติกส์

การหาค่าที่เหมาะสมที่สุดสำหรับระบบที่มีความต่อเนื่อง โดยทั่วไปแล้วมีวิธีพื้นฐานอยู่ 2 วิธีหลักๆ คือ

1. วิธีไลน์เสิร์ช (Line-Search Methods)

2. วิธีทรัสต์รีเจียน (Trust-Region Methods)

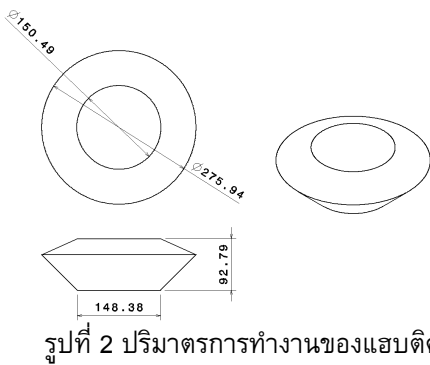
ซึ่งในงานวิจัยนี้เลือกใช้วิธีทรัสต์รีเจียน เนื่องจากจำนวนพารามิเตอร์ที่มาก โดยรายละเอียดของวิธีการทั้งสองสามารถศึกษาเพิ่มเติมได้ใน [7]

### 4. วิธีการและอุปกรณ์ที่ใช้ในการทดลอง

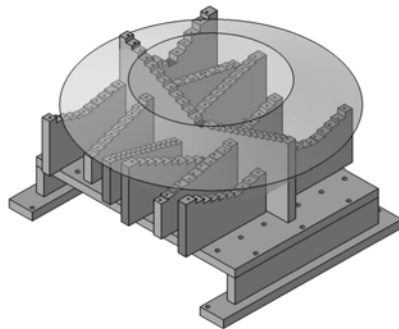
#### 4.1 อุปกรณ์ที่ใช้ในการทดลอง

จากหัวข้อที่ผ่านมา เลือกที่จะใช้สมการพอร์เวิร์ดคิเนแมติกส์ในการสร้างสมการเพื่อการสอบเทียบเงื่อนไขในการหาแนวทางเพื่อใช้ในการสอบเทียบมีอยู่แค่อย่างเดียวคือ การหาตำแหน่งของปลายแขนของแสบติดเทียบกับโลกให้ได้ เนื่องจากลักษณะของกลไกเป็นอุปสรรคในการวัดตำแหน่งของปลายแขนโดยตรงไม่สามารถจะใช้เครื่องซีเอ็มเอ็มที่ทางห้องแล็บมีเพื่อ

วัดตำแหน่งได้ ในที่นี้เลือกใช้วิธีสร้างอุปกรณ์สอบเทียบ(Calibration Objet) การสร้างอุปกรณ์สอบเทียบต้องคำนึงถึงปริมาตรการทำงาน (Working Volume) ของแอสติกเป็นหลัก เพื่อให้แบบจำลองทางคิเนแมติกส์ที่ปรับปรุงใหม่ สามารถใช้งานได้ครอบคลุม ดังนั้นอันดับแรกต้องประมาณปริมาตรการทำงานของแอสติกนี้แบบคร่าว ๆ เสียก่อน โดยใช้การจำลอง (Simulation) การเคลื่อนที่ของแอสติกด้วยโปรแกรมคอมพิวเตอร์เพื่อหาปริมาตรการทำงาน ด้วยโปรแกรมคาเทีย (CATIA) จะได้ปริมาตรการทำงานของแอสติกคร่าว ๆ ดังรูปที่ 2 เมื่อได้ปริมาตรการทำงานจึงออกแบบอุปกรณ์สอบเทียบได้ดังรูปที่ 3 และ 4



รูปที่ 2 ปริมาตรการทำงานของแอสติก



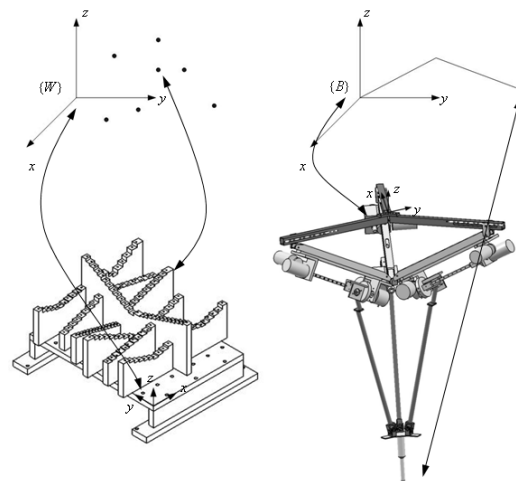
รูปที่ 3 แบบจำลองอุปกรณ์สอบเทียบในคอมพิวเตอร์



รูปที่ 4 อุปกรณ์สอบเทียบจริง

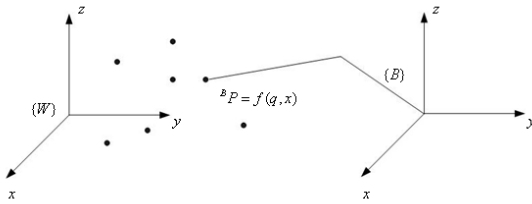
#### 4.2 วิธีการทดลอง

เนื่องจากกลไกของแอสติก ทำให้ไม่สามารถใช้เครื่องซีเอ็มเอ็มที่ทางแล็บมีใช้วัดหาตำแหน่งจุดปลายแขนแอสติกได้โดยตรง จึงต้องอาศัยอุปกรณ์สอบเทียบที่ออกแบบขึ้น ซึ่งการใช้อุปกรณ์สอบเทียบดังกล่าวขออธิบายดังต่อไปนี้ พิจารณาจากรูปที่ 5 ให้ {W} แทน Coordinate Frame ของอุปกรณ์สอบเทียบ และ {B} แทน Coordinate Frame ของแอสติกซึ่งติดตั้งอยู่ที่ฐาน จุดที่อยู่บริเวณ {W} ของรูปแทนพิกัดของหลุมที่จะไว้บนอุปกรณ์สอบเทียบ



รูปที่ 5 ความหมายของเฟรม W และ เฟรม B แต่ปลายแขนแอสติกลงบนอุปกรณ์สอบเทียบ ณ ตำแหน่งที่จะรูไว้ จากรูปที่ 6 ให้เป็นจุด P ซึ่งเราสามารถหาตำแหน่งของปลายแขนแอสติกเทียบกับ {B} ได้จากเมทริกซ์การแปลงหรือจากสมการฟอร์เวิร์ดคิเนแมติกส์





รูปที่ 6 ภาพจำลองปลายแขนแอ็บติกและลงบน  
อุปกรณ์สอบเทียบ

เราสามารถหาดำแหน่งของจุด P เทียบกับ {W} ได้  
โดยใช้เมทริกซ์การแปลง  ${}^W T_B$

$${}^W P = {}^W T_B {}^B P$$

ซึ่งในที่นี้ เราไม่ทราบค่าของเมทริกซ์การแปลงนี้ แต่เรา  
รู้แน่ชัดว่าเมทริกซ์ดังกล่าวอยู่ในรูป

$${}^W T_B = \begin{bmatrix} {}^W R & {}^W P_{orgB} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

ด้วยการใช้การบรรยายทิศทางมุมแบบ x-y-z  
fixed angle เราสามารถสร้างเมทริกซ์การหมุน  ${}^W R$   
เพื่อใช้กำหนดทิศทางมุมของ {B} เทียบ {W} (ซึ่ง  
ทำให้เกิดพารามิเตอร์ 3 ตัว)

$${}^W R = {}^W R_{yz}(\gamma, \beta, \alpha)$$

$$= \begin{bmatrix} \cos\alpha\cos\beta & \cos\alpha\sin\beta\sin\gamma - \sin\alpha\cos\gamma & \cos\alpha\sin\beta\cos\gamma + \sin\alpha\sin\gamma \\ \sin\alpha\cos\beta & \sin\alpha\sin\beta\sin\gamma + \cos\alpha\cos\gamma & \sin\alpha\sin\beta\cos\gamma - \cos\alpha\sin\gamma \\ -\sin\beta & \cos\beta\sin\gamma & \cos\beta\cos\gamma \end{bmatrix}$$

และกำหนดพารามิเตอร์อีก 3 ตัวเพื่อใช้เป็น  
เวกเตอร์บอกตำแหน่งของ {B} เทียบกับ {W}

$${}^W P_{orgB} = [BW_x \quad BW_y \quad BW_z]$$

เมื่อรวมกับพารามิเตอร์ของแอ็บติกแล้วจะได้ จุด P  
ซึ่งอยู่ในรูปของระบบสมการที่เรียกว่าโอเวอร์ดีเทอร์  
มินแบบไม่เป็นเชิงเส้น โดยมี 3 สมการ แต่มี  
พารามิเตอร์ที่ไม่รู้ค่าทั้งหมด 45+6=51 ตัว เรา  
สามารถสร้างชุดข้อมูลด้วยการเลื่อนปลายแขนแอ็บติก  
ไปแต่ละ ณ ตำแหน่งที่รูเจาะตำแหน่งอื่น หรือจะใช้  
ตำแหน่งรูเจาะเดิมแต่เปลี่ยนทิศทางของปลายแขน ให้  
มีจำนวนข้อมูลที่มากกว่าหรือเท่ากับจำนวนพารามิเตอร์

ที่เราต้องการหาค่า ในขณะเดียวกันเราก็ค้นหาค่าพิกัด  
จุด P เทียบกับตัวอุปกรณ์สอบเทียบเอง (หรือก็คือ  
 ${}^W P$ ) จากการใช้เครื่องซีเอ็มเอ็มวัดตั้งที่กล่าวไว้ใน  
หัวข้อที่ผ่านมา ตำแหน่งรูเจาะบนอุปกรณ์สอบเทียบ  
ที่วัดได้จากเครื่องซีเอ็มเอ็มนั้นเป็นตำแหน่งของจุด  
ศูนย์กลางทรงกลมที่มีขนาด 5 มิลลิเมตรนั่นคือ เราจะ  
ได้ชุดโคออร์ดิเนตซึ่งลอยอยู่เหนือรูเจาะนั้นเอง  
ในขณะที่ปลายแขนของแอ็บติกเองนั้นก็ติดทรงกลม  
ขนาด 5 มิลลิเมตรไว้เช่นเดียวกัน ถึงขั้นนี้เรามีชุด  
ข้อมูลที่ได้มาจากการคำนวณผ่านสมการพอร์เวิร์ดคิเน  
แมติกส์ และชุดข้อมูลที่ได้จากการนำอุปกรณ์สอบ  
เทียบไปวัดหาพิกัดด้วยเครื่องซีเอ็มเอ็ม ซึ่งชุดข้อมูล  
หรือโคออร์ดิเนตที่ได้จากการคำนวณผ่านสมการพอร์  
เวิร์ดคิเนแมติกส์ควรจะมีค่าเท่ากับค่าที่ได้จากการ  
วัดด้วยเครื่องซีเอ็มเอ็ม แต่เนื่องจากความไม่ถูกต้อง  
ของพารามิเตอร์ จะทำให้ค่าพิกัดของรูเจาะที่ได้จาก  
ทั้งสองทางไม่เท่ากัน นั่นก็คือตอนนี้เรากำลังแก้ปัญหา  
การหาค่าที่เหมาะสมที่สุดเพื่อหาค่าพารามิเตอร์ที่ไม่  
ทราบค่าโดยการให้  $s$  ตามสมการที่ (2) มีค่าน้อย  
ที่สุด

## 5. ผลการทดลอง

ในขั้นแรกหาจำนวนพารามิเตอร์ที่เหมาะสมซึ่งได้  
แบ่งการทดลองออกเป็น 42 51 57 พารามิเตอร์ ใช้  
จำนวนข้อมูลทั้งหมด 440 ข้อมูล (44 จุด จุดละ 10  
ทิศทางมุม) ซึ่งเศษตกค้างรวมจากการทำการ  
ถดถอยแสดงดังตารางที่ 1

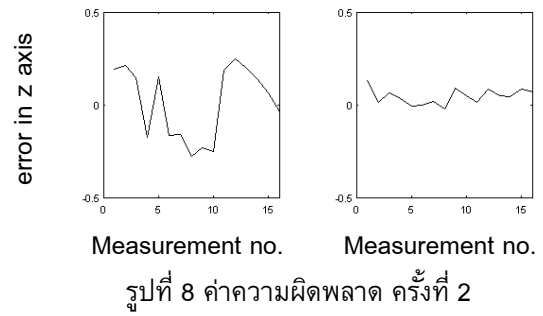
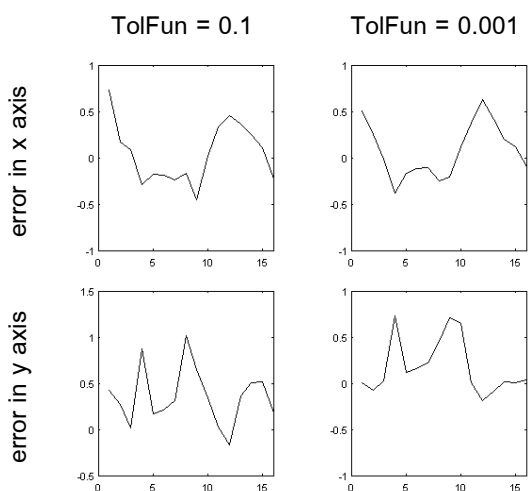
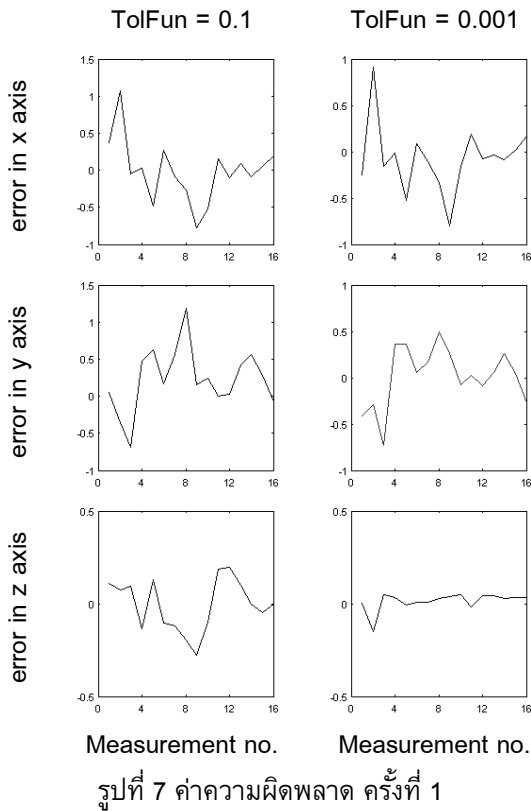
ตารางที่ 1 ค่าเศษตกค้างรวมจากการทำการถดถอย

เพื่อหาจำนวนพารามิเตอร์ที่เหมาะสม

	TolFun = 0.1	TolFun = 0.001
42	2389.259	2030.000
51	1800.622	1544.498
57	1788.779	1558.223

จากตารางที่ 1 จะเห็นได้ว่าเศษตกค้างรวมของ 51  
และ 57 พารามิเตอร์มีค่าใกล้เคียงกัน เนื่องจากการ  
แก้ปัญหาหาค่าที่เหมาะสมที่สุดนั้นจำนวนพารามิเตอร์  
มีผลกับการลู่เข้าค่อนข้างมาก จึงเลือกใช้พารามิเตอร์

51 ตัว เนื่องจากให้ผลรวมของเศษตกค้างที่ไม่ต่างจาก 57 ตัว โดยทำการเดาค่าเริ่มต้นและทำการถดถอยอีกครั้งด้วยพารามิเตอร์ 51 ตัว จากนั้นจึงทดสอบความแม่นยำโดยการใช้แฮตคิวัดหาพิกัดของรูเจาะ 16 รู ที่อยู่บนอุปกรณ์สอบเทียบโดยวัดซ้ำทั้งหมด 3 ครั้ง ได้ผลดังรูปที่ 7-9



ตารางที่ 2 ตัวอย่างค่าเริ่มต้นและพารามิเตอร์ที่ได้จากการสอบเทียบ

	ค่าพารามิเตอร์เริ่มต้น	51 พารามิเตอร์
$\theta_1^1$ (deg)	0	0.041
$\theta_1^2$ (deg)	120	117.702
$\theta_1^3$ (deg)	240	242.092
$\theta_2^1$ (deg)	67	67.249
$\theta_2^2$ (deg)	67	66.814
$\theta_2^3$ (deg)	67	66.718

ตารางที่ 3 ผลการทดลองจากการวัดโดยใช้  
พารามิเตอร์ 51 ตัว ที่ได้จากการตั้งค่า TolFun =  
0.001

	x axis	y axis	z axis
rms error (mm)	0.3209	0.3229	0.0593
std error (mm)	0.3187	0.1304	0.0498
max error (mm)	0.9088	0.7281	0.1304

## 6. สรุปผลและข้อเสนอแนะ

### 6.1 สรุปผลการทดลอง

1.งานวิจัยนี้ได้ทดลองหาจำนวนพารามิเตอร์ที่เหมาะสมสำหรับแบบติด โดยทดลองเป็น 3 แบบ คือ 42 51 และ 57 พารามิเตอร์ ใช้จำนวนข้อมูล 440 ข้อมูล (44 จุด จุดละ 10 ทิศทางการหมุน) พบว่าแบบที่มีพารามิเตอร์ 51 และ 57 ตัวให้เศษตกค้างรวมที่ใกล้เคียงกัน

2.ทดลองปรับค่าเริ่มต้นและทำการถดถอยอีกครั้ง โดยเลือกใช้แบบ 51 พารามิเตอร์ เนื่องจากการหาค่าที่เหมาะสมที่สุดให้ได้ผลดีนั้นจำนวนพารามิเตอร์มีผลค่อนข้างมาก กล่าวคือ ยังมีจำนวนพารามิเตอร์มากเท่าไรยิ่งทำให้ลู่เข้าหรือบางครั้งหากเดาค่าเริ่มต้นไม่ดีก็จะไม่ลู่เข้า ซึ่งจากการทดลองหาจำนวนพารามิเตอร์ที่เหมาะสมพบว่า ค่าเศษตกค้างรวมของแบบ 51 และ 57 พารามิเตอร์ให้ค่าที่ใกล้เคียงกัน จึงเลือกได้เลือกใช้แบบ 51 พารามิเตอร์

3.ความแม่นยำของแบบติด (ใช้ 51 พารามิเตอร์) โดยการทดสอบวัดพิสัยของจุดศูนย์กลางทรงกลมบนอุปกรณ์สอบเทียบ โดยทดสอบทั้งหมด 16 จุด พบว่าความผิดพลาดทั้ง 3 แกนมีค่าไม่เกิน 1 มิลลิเมตร

### 6.2 ข้อเสนอแนะ

ปรับปรุงมอเตอร์ที่ใช้ขับเคลื่อนให้มีความผิดพลาดน้อยลง โครงสร้างของอุปกรณ์ให้มีความแข็งแรงมากยิ่งขึ้น การใช้อุปกรณ์ตรวจวัดที่มีความละเอียดมากยิ่งขึ้น รวมไปถึงการใช้เทคนิคการสอบเทียบแบบใหม่แทนการใช้อุปกรณ์สอบเทียบ เพื่อลดความผิดพลาดจากมนุษย์ (Human Error)

## 7. เอกสารอ้างอิง

- [1] Zhuang, H., Masory, O., and Yan, J. (1995). Kinematic Calibration of Stewart Platforms Using Pose Measurements Obtained by a Single Theodolite, paper presented in Proceedings of Intelligent Robots and Systems 1995, Pittsburgh, USA.
- [2] Besnard, S., and Khalil, W. (1999). Calibration of Parallel Robots Using Two Inclinometers, paper presented in *Proceedings of IEEE International Conference on Robotic and Automation 1999*, Detroit, USA.
- [3] Khalil, W., and Besnard, S. (1999). Self Calibration of Stewart-Gough Parallel Robots Without Extra Sensors, *IEEE Transaction on Robotic and Automation*, June 1999.
- [4] Zhuang, H. (1997). Self Calibration of Parallel Mechanisms with a Case Study on Stewart Platforms, *IEEE Transaction on Robotic and Automation*, March 1997.
- [5] Cong, D., Yu, D., and Han, J. (2006). Kinematic Calibration of Parallel Robots Using CMM, paper presented in *Proceedings of World Congress on Intelligent Control and Automation 2006*, Shanghai, China.
- [6] Sangveraphunsiri, V., and Ngamvilaikom T. (2005). Design and Analysis of 6 DOF Haptic Device for Teleoperation Using a Singularity-Free Parallel Mechanism, paper presented in *Thammasat International Journal of Science and Technology 2005*, Bangkok, Thailand.
- [7] Andrew, R.C., Nicholas I.M., and Philippe L.T. (2000). *Trust-region Methods*, SIAM Society for Industrial & Applied Mathematics, mps-siam series on optimization edition.